Egyensúly akkor alakul ki, amikor a nehézségi erő O pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka megegyezik a felületi feszültségből származó erő forgatónyomatékával. Jelöljük σ-val a felületi feszültséget, m-mel pedig a tű tömegét! Az *1. ábráról* leolvashatjuk, hogy a nehézségi erő forgatónyomatéka

$$M_1 = mga\sin\alpha, \tag{1}$$

a felületi erőké pedig

$$M_2 = \frac{\sigma a^2}{\cos^2\alpha}ha$$

$\alpha \le 45°$; $\frac{\sigma a^2}{\sin^2\alpha ha}\alpha \ge 45°$.(2)

Az egyensúly feltétele: $M_1 = M_2$, amely egyenletet pl. grafikusan oldhatjuk meg. Osszuk el M_1-t is és M_2-t is σa^2-tel, majd ábrázoljuk ezeket a mennyiségeket α függvényében. Célszerű bevezetni az $(mg)/(\sigma a)$ mennyiségre a K jelölést. Ez a dimenziótlan szám azt jelzi, hogy mekkora a gravitációs erő és a felületi erők aránya. Az egyensúlyi helyzetet jellemző α szög nyilván függ K értékétől.

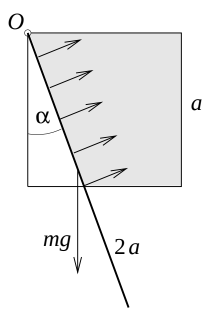
Ha $K < 1$, akkor a gravitációr erő forgatónyomatéka mindig kisebb, mint a felületi erőké, a tű tehát egészen $\alpha = 90°$-ig emelkedik, s ott a keret felső szélébe ütközve kerülhet csak egyensúlyba (*2.a ábra*). Ha $K > 1$ (de nem sokkal nagyobb 1-nél), akkor 45° és 90° között találunk egy S egyensúlyi helyzetet (*2.b ábra*). Ez *stabil* egyensúlyi helyzet, hiszen ha egy kicsit megnöveljük α-t, a nehézségi erő lefelé húzó forgatónyomatéka nagyobb lesz, mint a felületi erők felfelé húzó nyomatéka, a tű tehát visszatér az egyensúlyi állásába.

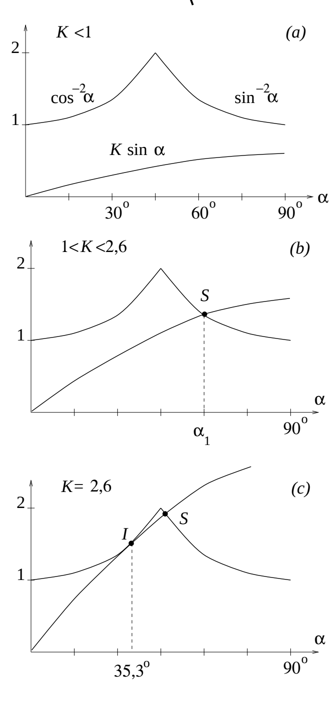
Tovább növelve K-t, kb. 2,6 értéknél megjelenik egy újabb egyensúlyi helyzet $\alpha_0 \approx 35{,}3°$-nál (*2.c ábra*), ez azonban *instabil.* Ha $K > 2{,}6$, akkor egy újabb stabil S és egy instabil I egyensúlyi helyzetet találunk (*2.d ábra*), majd ha $K > 2{,}8$, már csak egyetlen stabil helyzet marad (*2.e ábra*).

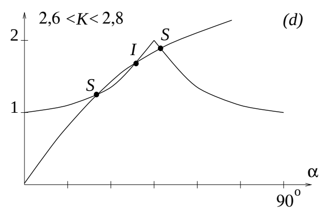
Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a tű csak az $\alpha < \alpha_0 = 35{,}3°$ és a $45° < \alpha < 90°$ intervallumokban lehet stabil egyensúlyban, α_0 és 45° között a helyzete instabil.

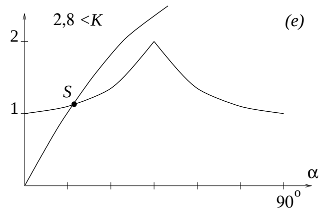
Vukics András (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., IV. o.t.), *Zawadowski Ádám* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Differenciálszámítás segítségével be lehet látni, hogy $\alpha_0 = \text{arc sin}\,\frac{1}{\sqrt{3}}$.






2,6 <K< 2,8
(d)
2
1
S
I
S
α
90°


2,8 <K
(e)
2
1
S
α
90°