

Jelöljük a középső test kezdősebességét v -vel és a továbbiakban valamennyi sebességet v -vel megegyező irányban tekintsünk pozitívnak.

A m tömegű test az első ütközés után u sebességgel, a meglökött M tömegű test pedig V sebességgel kezd el mozogni (lásd az ábrát). A rugalmas ütközéseknél fennálló energia- és lendületmegmaradási törvények szerint

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}MV^2,$$

$$\text{illetve } mv = mu + MV,$$

ahonnan az ütközés utáni sebességeket kifejezve:

$$(1) \quad u = \frac{m - M}{m + M}v,$$

$$(2) \quad V = \frac{2m}{m + M}v.$$

A m tömegű test csak akkor ütközhet a másik (bal oldali) testtel is, ha $u < 0$, vagyis ha $m < M$. A második ütközés is az elsőhöz hasonlóan játszódik le (álló testnek ütközik egy u sebességű másik test). A m tömegű test új (u^* -gal jelölt) sebességét a (2) egyenletből úgy számíthatjuk ki, hogy v helyébe u -t írunk:

$$(3) \quad u^* = \frac{m - M}{m + M}u = \frac{(m - M)^2}{(m + M)^2}v,$$

A harmadik ütközés akkor következik be, ha $u^* > V$. Innen (2) és (3) felhasználásával, illetve pozitív számokkal való egyszerűsítés után a

$$M^2 - 4mM - m^2 > 0$$

egyenlőtlenséget kapjuk. Ebből teljes négyzetté alakítás és gyökvonás után $|m + 2M| < \sqrt{5}M$ következik, ahonnan a keresett tömegarányra a $m/M < \sqrt{5} - 2 \approx 0,24$ megszorítást kapjuk.

Gál Tamás (Westtown School, Westtown, USA. III. o.t.) dolgozata alapján

