

**I. megoldás.** Jelöljük a félgömb tömegét  $M$ -mel, a sugarát  $r$ -rel, a nehezék tömegét pedig  $m$ -mel. Egyensúlyi helyzetben a testre ható erők eredő forgatónyomatéka bármely pontra nézve nulla kell legyen. Írjuk fel például az 1. ábrán látható  $P$  pontra vonatkoztatva a nyomatékok egyensúlyát:

$$Mg \frac{3r}{8} \sin \alpha = mgr \cos \alpha,$$

ahonnan a  $M = 2m$  felhasználásával  $\operatorname{tg} \alpha = 4/3$ , azaz  $\alpha = 53,1^\circ$  adódik.

*Kurucz Keve* (Révkomárom, Selye J. Gimn., I. o.t.)

**II. megoldás.** A félhengert helyettesíthetjük az  $A$  tömegközéppontjába helyezett  $2m$  tömegű pontszerű testtel (2. ábra), a nehezéket pedig a  $B$  pontba helyezett  $m$  tömegponttal. Ennek az összetett rendszernek az  $AB$  szakaszt harmadoló  $S$  pontban van a közös tömegközéppontja. Ha a félgömböt képzeletben elfordítjuk, az  $S$  pont az  $O$  középpontú  $k$  körön mozdul el. Egyensúlyi helyzetben az  $S$  pont a  $k$  kör legmélyebb pontjában, vagyis az  $O$  középpont alatt helyezkedik el. (Az  $O$  pont az elforgatás során az asztallaptól mindvégig  $r$  távolságban marad.)

Az  $ABO$  derékszögű háromszögből

$$\beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(3/8) = 20,56^\circ \text{ és } AS = \frac{1}{3}AB = 0,3560r.$$

Az  $AOD$  háromszögből  $AD = \frac{3r}{8} \sin \beta = 0,1317r$ ,  $ODB$  háromszögből pedig  $OD = \sin \beta = 0,3511r$ . Végül az  $OSD$  háromszögből

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{SD}{OD} = \frac{AS - AD}{OD} = \frac{0,3560r - 0,1317r}{0,3511r} = 0,6388,$$

ahonnan

$$\alpha - \beta = 32,57^\circ, \text{ tehát } \alpha = 32,57^\circ + 20,56^\circ = 53,13^\circ.$$

*Gönci Balázs* (Budapest, Móricz Zs. Gimn., II. o.t.) és *Németh Péter* (Jászapáti, Mészáros L. Gimn., II. o.t.)

dolgozata alapján

