A félgömbre csak függőleges irányú erők hatnak, ezért tömegközéppontja függőlegesen fog mozogni. Jelöljük a tömegközéppont elmozdulását x-szel, sebességét v-vel, a szögsebességet pedig ω-val (*1. ábra*). A tömegközéppont és a síkkal érintkező pont távolsága

$$l=\sqrt{r^2+s^2}=\sqrt{r^2+\left(\frac{3}{8}r\right)^2}=\frac{\sqrt{73}}{8}r, \tag{1}$$

a tömegközépponton átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték pedig

$$\Theta=\frac{2}{5}mr^2-m\left(\frac{3}{8}r\right)^2=\frac{83}{320}mr^2. \tag{2}$$

(Felhasználtuk, hogy homogén félgömbre az *1. ábrán* látható s távolság $3r/8$, továbbá a Steiner-tételt. *Vigyázat:* homogén félgömb tehetetlenségi nyomatéka a gömb középpontjára vonatkoztatva $\frac{2}{5}mr^2$, ha m a *félgömb* tömege.)

Az energiamegmaradás tétele szerint

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\Theta\,\omega^2=mgl\,(1-\cos\varphi)\,, \tag{3}$$

a kényszerfeltételek pedig

$x=l\,(1-\cos\varphi)$ (a félgömb legalsó P pontja a síkon kell maradjon),(4)$v=l\omega\sin\varphi$(a P' pont függőleges sebessége nulla kell legye

a$gyorsulsasa\beta$ szöggyorsulás közötti kapcsolat: a$=\beta l\sin\varphi+l\omega^2\cos\varphi$(a P pont függőleges gyorsulása nulla).(6)($Megjegyezzk, hog$

Az (5) és (3) egyenletekből a szögsebességre

$$\omega\,(\varphi)=\sqrt{\frac{g}{r}\cdot\frac{80\sqrt{73}\,(1-\cos\varphi)}{448-365\cos^2\varphi}} \tag{7}$$

adódik (*2. ábra*), a szöggyorsulás pedig (6) alapján (*3. ábra*)

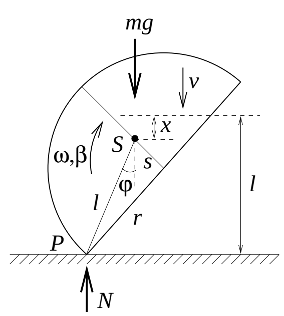
$$\beta(\varphi)=\frac{g}{r}40\sqrt{73}\sin\varphi\frac{365\cos^2\varphi-730\cos\varphi+448}{(365\sin^2\varphi+83)^2}. \tag{8}$$

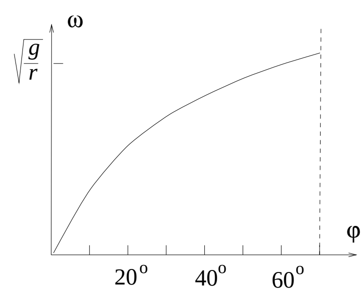
A talajnál ható N erőt a forgómozgás egyenletéből kaphatjuk meg.

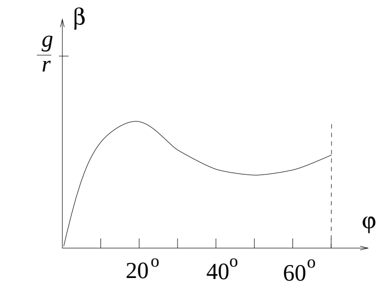
$$N=\frac{\Theta\beta}{l\sin\varphi}=mg\frac{83(448-730\cos\varphi+365\cos^2\varphi)}{(365\mathrm{sin}^2\varphi+83)^2}. \tag{9}$$

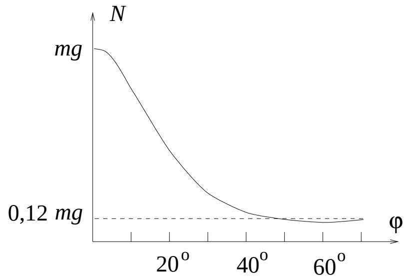
A *4. ábrán* látható, hogy a mozgás teljes $0\le\varphi\le\operatorname{arc\,ctg}\frac{3}{8}\approx 70^\circ$ tartományában $N>0$, tehát a félgömb nem emelkedik fel a síkról.

Gyukics Mihály (Szolnok, Varga K. Gimn., IV. o.t.) *Kurucz Zoltán* (Szolnok, Varga K. Gimn., IV. o.t.) és *Tóth Gábor Zsolt* (Budapest, Árpád Gimn., IV. o.t.) megoldása alapján.






β
g/r
φ
20°
40°
60°


N
mg
0,12 mg
φ
20°
40°
60°