

a) A golyóra az ütközés alatt az 1. ábrán látható erők hatnak. (Az ütközés általában gyors folyamat, ezért a függőleges falnál fellépő erők sokkal nagyobbak, mint a nehézségi erő. A vízszintes asztalnál ható nyomóerő legfeljebb akkora lehet, mint a nehézségi erő, ezért ezt is és az asztalnál ható súrlódási erőt is elhanyagolhatjuk.)

Az m tömegű, r sugarú, $\Theta = \frac{2}{5}mr^2$ tehetetlenségi nyomatékú golyó vízszintes sebessége bizonyos Δt idő alatt a kezdeti $+v_0$ -ról $-v_0$ -ra változik. A vízszintes impulzus megváltozása $2mv_0 = F\Delta t$, ahol F az időben változó $F(t)$ erő átlagos értéke. Ha az ütközés alatt a golyó mindvégig csúszik („köszörül”) a függőleges falon, akkor a súrlódás miatt fellépő függőleges $S(t) = \mu F t$ erő a kezdeti nulla függőleges impulzust $mu_0 = S\Delta t = \mu F\Delta t = 2m\mu v_0$ nagyságúra növeli. A golyó függőleges sebessége tehát az ütközés után $u_0 = 2\mu v_0$. Eszerint a golyó a vízszinteshez képest akkora α szögben pattan el a faltól, amekkorára fennáll, hogy $\text{tg } \alpha = 2\mu$ (2. ábra).

b) Ha a súrlódási együttható elegendően nagy (valamely kritikus μ_0 értéknél nagyobb), akkor a golyó még az ütközés befejezése előtt eljut a tiszta gördülés állapotáig, s ezután már nem változik tovább a függőleges sebessége. Jelöljük ehhez a Δt^* pillanathoz tartozó függőleges sebességet u^* -gal, a szögsebességet pedig ω^* -gal. A mozgásegyenletek szerint

$$mu^* = S\Delta t^*, \quad \text{illetve} \quad \frac{2}{5}mr^2 \left(\frac{v_0}{r} - \omega^* \right) = Sr\Delta t^*,$$

a tiszta gördülés feltétele pedig $u^* = r\omega^*$. Ezekből az egyenletekből $u^* = \frac{2}{7}v_0$, az elpattanás szögére pedig $\alpha = \text{arc tg}(2/7) \approx 16^\circ$ adódik. Ez azonban csak akkor érvényes, ha $u^* < u_0$, vagyis ha $\mu > 1/7$.

Az elpattanás α szöge (pontosabban annak tangense) és a súrlódási együttható közötti összefüggést a 3. ábra mutatja.

Szabados Péter (Dombóvár, Illyés Gy. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

