

Az  $A$ ,  $B$  és  $C$  gombostűk a prizmán keresztül akkor látszódnak egy vonalban, ha egy fénysugár a prizmában megtörve az  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $C$  pontokat érintve jut a szemünkbe (lásd az *ábrát*). Kezdetben  $AK = CM$ , vagyis szimmetrikus a sugármenet ( $BD \parallel KM$ ). Ekkor az ábrán jelölt beesési és törési szögekre  $\beta_1 = \beta_2 = 30^\circ$  és  $\sin \alpha_{1,2} = n \sin \beta_{1,2}$  alapján

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 48,6^\circ$$

Az  $ABK$  háromszögben  $BK = 4$  cm, így a szinusztétel alapján

$$\frac{AK}{\sin(90^\circ - \alpha_1)} = \frac{BK}{\sin(60^\circ + \alpha_1)}, \quad \text{ahonnan } AK = 2,79 \text{ cm.}$$

Ha az  $AK$  távolságot megnöveljük (tehát az  $A$  gombostűt  $A'$ -be helyezzük át), de a  $B$  pontot helyben hagyjuk, a  $C$  gombostűt  $C'$ -be kell áthelyeznünk ahhoz, hogy a gombostűk újra fedésbe kerüljenek. Ekkor a fénysugár az  $A'$ ,  $B$ ,  $D'$ ,  $C'$  útvonalon jut a szemünkbe.  $A'K = AK + 2 \text{ mm} = 2,99 \text{ cm}$ , és az  $A'BK$  háromszögben a szinusztétel alapján

$$\frac{A'K}{\sin(90^\circ - \alpha'_1)} = \frac{BK}{\sin(60^\circ + \alpha'_1)}, \quad \text{ahonnan } \alpha'_1 = 43,3^\circ$$

A prizma egyenletei szerint:

$$\begin{aligned} \sin \alpha'_1 &= n \sin \beta'_1, & \beta'_1 + \beta'_2 &= 60^\circ, & n \sin \beta'_2 &= \sin \alpha'_2, \\ \text{ahonnan } \beta'_1 &= 27,2^\circ; & \beta'_2 &= 32,7^\circ; & \alpha'_2 &= 54,3^\circ. \end{aligned}$$

A  $BDD'$  háromszögben a  $BD = \frac{KM}{2} = 4$  cm, így a szinusztétel szerint:

$$\frac{BD}{\sin(90^\circ - \beta'_2)} = \frac{DD'}{\sin(\beta_1 - \beta'_1)}, \quad \text{innen } DD' = 0,23 \text{ cm.}$$

Végül a  $C'D'M$  háromszögben  $D'M = DM - DD' = 4 \text{ cm} - 0,23 \text{ cm} = 3,77 \text{ cm}$ , és a szinusztétel alapján:

$$\frac{C'M}{\sin(90^\circ - \alpha'_2)} = \frac{D'M}{\sin(60^\circ + \alpha'_2)}, \quad \text{ahonnan } C'M = 2,41 \text{ cm.}$$

Tehát a  $CM$  távolságot  $CC' = CM - C'M = AK - C'M = 2,79 \text{ cm} - 2,41 \text{ cm} \approx 3,8 \text{ mm}$ -rel kell csökkenteni ahhoz, hogy az  $A'$ ,  $B$ ,  $C'$  gombostűk ismét fedésbe kerüljenek.

*Major Zsuzsanna* (Stuttgart, Friedrich-Eugens-Gymnasium, IV. o.t.) dolgozata alapján

