

a) Mivel $Q_2 = Q_3 = -Q_1$, használhatjuk a $Q_1 = Q$; $Q_2 = Q_3 = -Q$ jelöléseket. Egy tetszőleges töltésrendszer elektromos mezőjének energiája megegyezik a töltésrendszer kialakításához szükséges munkával. Tekintsük a három fémgömböt egyelőre töltetlenül, majd töltsük fel őket. A két belső gömb össztöltése 0, tehát úgy tölthetjük fel őket, hogy az egyikről töltést viszünk a másikra. Így egy Q töltésű, r_1 és r_2 sugarú gömbkondenzátort kapunk, amelynek energiája:

$$W_{12} = E_{12} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Mivel a két belső gömb össztöltése nulla, így a 2. gömbön kívül | Gauss törvénye értelmében | nulla az elektromos térerősség. A 3. gömb feltöltését tehát nem zavarja az első kettő elektromos tere, így az egyszerűen egy $-Q$ töltés, r_3 sugarú gömbkondenzátor, amelyre

$$W_3 = E_3 = \frac{(-Q)^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_3}.$$

Így tehát a teljes munka, vagyis a töltésrendszer összenergiája:

$$E = W = W_{12} + W_3 = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) = 1,71 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

b) A végtelen távoli ponthoz viszonyított potenciálkülönbség azzal a munkával egyezik meg, amelynek segítségével egységnyi pozitív töltést nagyon távolról a kérdéses pontba hozhatunk. A három fémgömb elektromos erőterének összege (szuperpozíciója) adja meg az eredő elektromos mezőt, így a munkavégzés is az egy-egy gömb esetében kiszámolható munkavégzések összege. Ismeretes, hogy egy R sugarú gömbkondenzátor kapacitása $C = 4\pi\epsilon_0 R$. Eszerint a $-Q$ töltésű, r_3 sugarú gömb potenciálja a végtelenhez képest

$$U_3 = \frac{-Q}{C} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_3}.$$

A gömb belsejében nincs elektromos mező, tehát a gömb középpontjában is ugyanekkora lenne az elektromos potenciál, ha csak az r_3 sugarú gömb lenne jelen. Hasonlóan a 2. gömb által kialakított potenciál $U_2 = -Q/(4\pi\epsilon_0 r_2)$, a legbelső $U_1 = +Q/(4\pi\epsilon_0 r_1)$, az eredő potenciál pedig a koncentrikus gömbök középpontjában, s a legbelső gömb bármely pontján

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) = 12,3 \text{ kV.}$$

Perényi Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.) és *Várkonyi Péter* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

