Az állandó vízhőmérséklet beálltának oka az, hogy a forraló által közölt hő egyenlő a víz által a levegőnek átadott hővel. Miután a forralót kikapcsoltuk, közelítsünk úgy, hogy amíg a víz $\Delta T = 1\ ^\circ\mathrm{C}$-ot hűl, addig a víz és a levegő közti hőátadás sebessége („hűtési” teljesítmény) állandó nagyságú marad, ez pedig a forraló $P_1$ teljesítményével egyező mennyiség. Eszerint $P_1 \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$, ahol $\Delta t$ a hűlés ideje, $c$ és $m$ pedig a víz fejhője, illetve tömege. Ebből adódik, hogy

$$\Delta t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{P_1} = \frac{4200\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \cdot 0,2\ \mathrm{kg} \cdot 1\ ^\circ\mathrm{C}}{50\ \mathrm{W}} = 16,8\ \mathrm{s} \approx 17\ \mathrm{s}$$

alatt hűl le a víz.

Közelíthetjük a problémát úgy is, hogy a leadott teljesítmény a víz és a levegő közötti hőmérsékletkülönbséggel arányos mennyiség, azaz $P = k \cdot \left(T_{\text{vßz}} - T_{\text{levegő}}\right)$, ahol $k$ a hűlés folyamatára jellemző állandó, a grafikon meredeksége. Így kiszámolhatjuk a hőleadás átlagos teljesítményét:

$$\frac{50\ \mathrm{W}}{35\ ^\circ\mathrm{C}} = \frac{P_2}{34\ ^\circ\mathrm{C}} = k = \text{állandó}.$$

Eszerint $P_2 = 48,6\ \mathrm{W}$, tehát az átlagos teljesítmény: $\overline{P} = \dfrac{P_1 + P_2}{2} = 49,3\ W$. Most ezzel az átlagos értékkel számolva: $\overline{P} \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$, így

$$\Delta t = \frac{4200\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \cdot 0,2\ \mathrm{kg} \cdot 1\ ^\circ\mathrm{C}}{49,3\ \mathrm{W}} = 17,04\ \mathrm{s} \approx 17\ \mathrm{s}$$

alatt hűl le a víz. Tehát az előző közelítésünk sem okozott elfogadhatatlanul nagy hibát ($1,4\ \%$).

Ha a hálózati feszültség 10 %-kal csökken, akkor az ismert $P = U \cdot I = \dfrac{U^2}{R}$ összefüggésből adódik, hogy $P_{\text{új}} = \dfrac{(0,9 \cdot U)^2}{R} = 0,81 \cdot P_1 = 40,5\ \mathrm{W}$, ha a fűtőszál $R$ ellenállását állandónak tekintjük. (Itt ismét közelítünk!). A melegítés során | a fentiekben leírtak szerint | ismét kialakul egy maximális hőmérséklet. Ekkor a víz által leadott teljesítmény $P_{\text{új}}$ lesz, azaz $P_{\text{új}} = k(T_{\max} - T_{\text{levegő}})$, ahol $k = 1,43\ \mathrm{W}/^\circ\mathrm{C}$ az előbbiek szerint, feltéve, hogy a hőleadás körülményei nem változtak. Tehát a beálló új maximális hőmérséklet $T_{\max} = \dfrac{P_{\text{új}}}{k} + T_{\text{levegő}} = 48,35\ ^\circ\mathrm{C} \approx 48\ ^\circ\mathrm{C}$ lesz.

*Nagy Szilvia* (Győr, Révai M. Gimn., III. o.t.), *Kurucz Zoltán* (Szolnok, Varga K. Gimn., III. o.t.) és *Elek Péter* (Bp., Árpád Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* A feladat első kérdésére a folyamatot helyesebben tükröző

$$\frac{dQ}{dt} = -k \cdot (T_{\text{vßz}} - T_{\text{levegő}}) = -k \cdot \Delta T$$

differenciálegyenlettel is számolhatunk. Ebből az

$$\int_{35\ ^\circ\mathrm{C}}^{34\ ^\circ\mathrm{C}} \frac{1}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{dt} = -\frac{k}{c \cdot m} \cdot t$$

megoldást kapjuk, ami a $t = \dfrac{c \cdot m}{k} \cdot \ln \dfrac{35}{34} = 17,03\ \mathrm{s} \approx 17\ \mathrm{s}$ eredményre vezet.