Feltételezhetjük, hogy az űrhajós úgy kapja a látszati képet, hogy optikai eszközzel kivetíti a kisbolygó képét (*1. ábra*). Az űrbázis és a középpont közötti látszólagos távolság (GP) látszólagos bolygósugár egységben (HP) $\operatorname{tg}\alpha/\operatorname{tg}\alpha_{\max}$. Hogy meg tudjuk határozni, mekkora az űrhajó szögelfordulása 2 perc alatt, ismernünk kell az ábrán ϕ-vel jelölt szög mért értékeit.

Az első megfigyeléskor $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_{\max}}=\dfrac{3}{4}\operatorname{tg}\alpha_{\max}=\dfrac{R}{\sqrt{25R^2-R^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{24}}$, tehát $\operatorname{tg}\alpha_1=\dfrac{3}{4\sqrt{24}}$, innen $\alpha_1=8,7^\circ$. Az OFA háromszögre felírt szinusztétel szerint

$$\frac{\sin\alpha_1}{R}=\frac{\sin(180^\circ-\beta_1)}{OA}=\frac{\sin\beta_1}{5R},$$

amiből $\beta_1=\arcsin(5\sin\alpha_1)=49,17^\circ$, és $\phi_1=\beta_1-\alpha_1=40,47^\circ$. Ugyanilyen számítással kapjuk, hogy a második megfigyelésnél $\phi_2=24,68^\circ$. A kisbolygó szögsebessége, $-\omega_B=\dfrac{2\pi}{22\text{ h}}=8\cdot10^{-5}\dfrac{1}{\text{s}}$.

1) A kisbolygó és az űrhajó szögsebessége (ω) egyirányú. Nem nehéz belátni, hogy $\omega>\omega_B$ kell teljesüljön, mert az űrhajónak legalább $\phi_1-\phi_2$ szöggel kell elfordulnia a kisbolygóhoz képest. 4 eset lehetséges aszerint, hogy a bázis a két megfigyelésben hogyan helyezkedik el az űrhajóhoz képest (*2. ábra*). A megfelelő egyenlőségek:

$$(\omega-\omega_B)\cdot120\text{ s}=2\pi-(\phi_1\pm\phi_2)+k\cdot2\pi\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

$$(\omega-\omega_B)\cdot120\text{ s}=\phi_1\pm\phi_2+l\cdot2\pi\quad(l=0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

2) A kisbolygó és az űrhajó szögsebessége ellentétes irányú. Most is 4 eset lehetséges, az előzőhöz képest annyi a különbség, hogy a kisbolygó és az űrhajó relatív szögsebessége most $\omega+\omega_B$:

$$(\omega+\omega_B)\cdot120\text{ s}=2\pi-(\phi_1\pm\phi_2)+m\cdot2\pi\quad(m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

$$(\omega+\omega_B)\cdot120\text{ s}=\phi_1\pm\phi_2+n\cdot2\pi\quad(n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Az űrhajó $5R$ sugarú pályán ω szögsebességgel egyenletes körmozgást végez, a centripetális erőt a gravitációs erő szolgáltatja:

$$M_1\cdot5R\cdot\omega^2=\gamma\frac{M_1M}{(5R)^2},$$

amiből az űrhajó sebessége $v=5R\omega=(\gamma M\omega)^{\frac{1}{3}}$.

A feladatnak végtelen sok megoldása van, ezeket párokba állíthatjuk úgy, hogy egy a kisbolygóéval azonos irányú és egy azzal ellentétes forgás tartozik össze, melyek szögsebessége $|\ \omega_B$ kicsisége miatt $|$ nagyon közel esik egymáshoz. Az első két párba tartozó megoldások a következők:

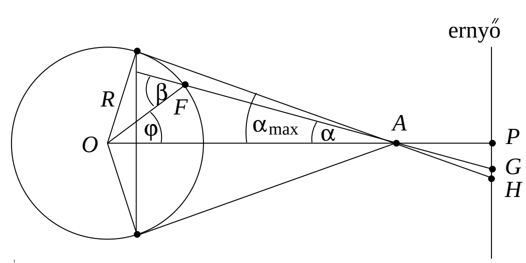
$\omega_{1+}=2,38\cdot10^{-3}\dfrac{1}{\text{s}}$ (ω_B-vel azonosan)$R_{1+}=211,5\text{ m}v_{1+}=2,513\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ $\quad\omega_{1-}=2,22\cdot10^{-3}\dfrac{1}{\text{s}}$ (ellentétesen)$R_{1-}=221,4\text{ m}v_{1-}=$

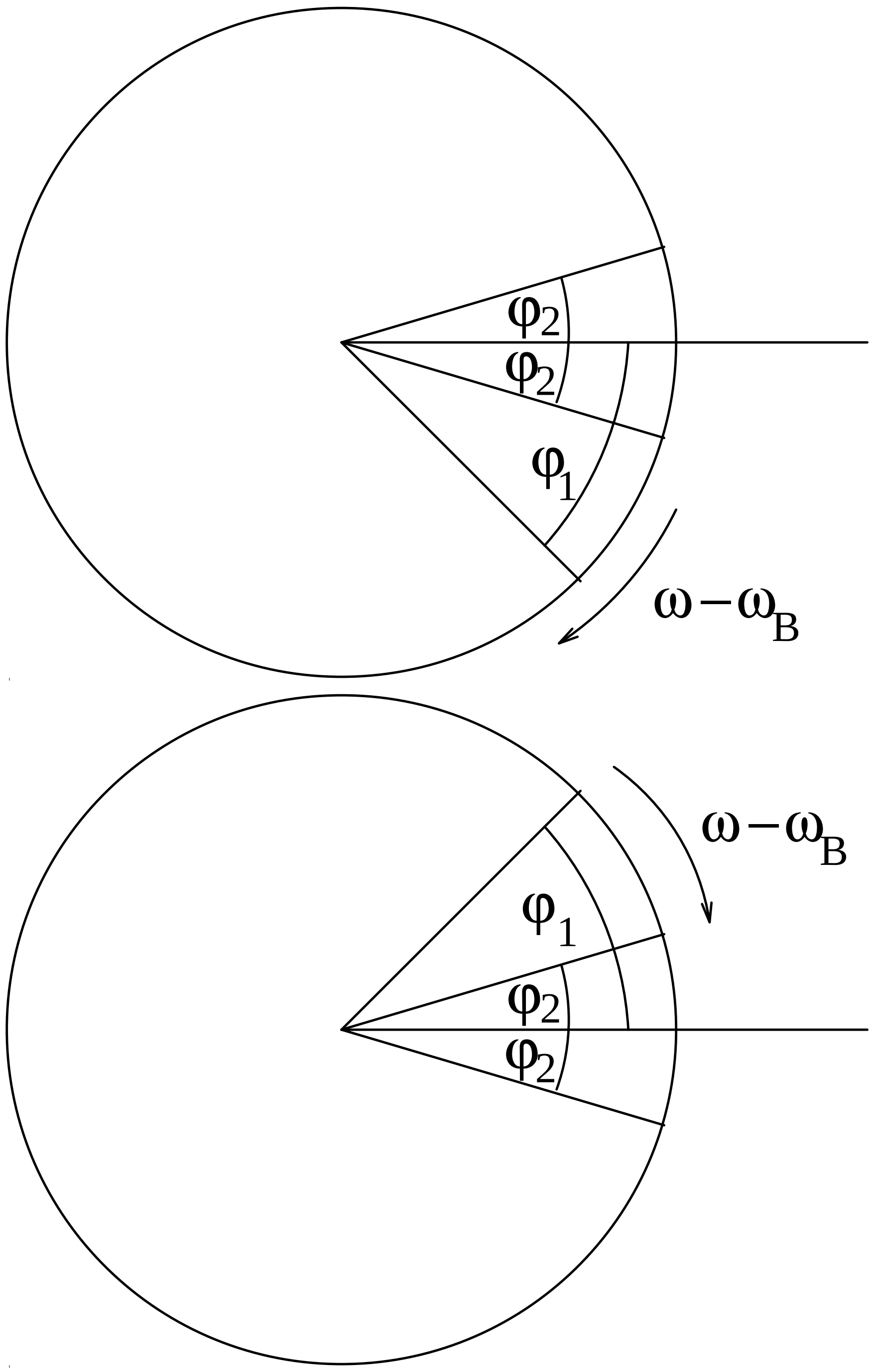
$\omega_{2+}=9,48\cdot10^{-3}\dfrac{1}{\text{s}}$($\omega_B$-vel azonosan)$R_{2+}=83,7\text{ m}v_{2+}=3,967\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ $\quad\omega_{2-}=9,32\cdot10^{-3}\ \dfrac{1}{\text{s}}$ (ellentétesen)$R_{2-}=85,1\text{ m}v_{2-}=3,$

Megjegyzés. Mint több megoldó is észrevette, a kisbolygó egy rejtett, ám fontos jellemző paraméterére, a sűrűségére irreálisan nagy ($2000\ \dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$-nél minden esetben nagyobb) érték jön ki.

Holcsek Balázs (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III. o.t.) és *Bárász Mihály* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.)

dolgozata alapján





φ_2
φ_2
φ_1
$\omega - \omega_B$
φ_1
φ_2
φ_2
$\omega - \omega_B$