A gömbhéj belsejébe helyezett töltés megosztást idéz elő a fémben. A fém belsejében nem lehet (sztatikus) elektromos mező, tehát a $+Q$ töltésből kiinduló elektromos fluxus a fém belső oldalán $-Q$ töltésben kell végződjön, a fém külső felületére pedig $+Q$ töltésnek kell kerülnie. Ezek a töltések ugyanúgy helyezkednek el, mint egy tömör fémgömbre felvitt töltések: egyenletesen. A belső oldalon található $-Q$ töltés eloszlását az a követelmény határozza meg, hogy az erővonalak legyenek merőlegesek a fém felületére, vagyis a fém legyen ekvipotenciális (*1. ábra*).

Ha a fémgömböt leföldelnénk, vagyis a külső felületéről elvezetnénk a $+Q$ töltést, akkor a fém (külső és belső) felülete *nulla potenciálra* kerülne. A gömbhéj belsejében elhelyezkedő $+Q$ töltésre ható erőt ez a változás nem érintené, tehát az eredeti feladat helyett foglalkozhatunk a földelt fémgömbhéj esetével.

Megmutatjuk, hogy a gömbhéj belső felületén elhelyezkedő $-Q$ össztöltésű töltéseloszlás tere (a gömbhéj belsejében!) helyettesíthető egyetlen, alkalmas helyre rakott és megfelelő nagyságúnak választott *pontszerű* töltés terével. (Ez az *inverzió* módszere, amelynek speciális esete a sík felületre vonatkozó *tükörtöltés-módszer*.)

Oldjuk meg a feladatot általánosan! Ha Q nagyságú töltést helyezünk el egy R sugarú gömb középpontjától d távolságban, a gömbön kívül pedig d' távolságban egy Q' nagyságú töltést (*2. ábra*), akkor a gömb valamely P pontjának potenciálja

$$U(P) = k\frac{Q}{r} + k\frac{Q'}{r'}. \tag{1}$$

A gömb egész felülete ekvipotenciális (nevezetesen nulla potenciálú) lesz, ha

$$\frac{r}{r'} = -\frac{Q}{Q'} = \text{állandó}. \tag{2}$$

Ismert geometriai tétel (Apollóniosz tétele), hogy a sík két rögzített pontjából adott (1-től különböző) távolságarányú pontok mértani helye egy kör (Apollóniosz-kör), térben pedig ezen kör megforgatásából adódó gömb.

Írjuk fel a (2) feltételt a *2. ábrán* látható A és B pontokra:

$$\frac{R-d}{d'-R} = -\frac{Q}{Q'}, (3) \text{illetve} \frac{R+d}{d'+R} = -\frac{Q}{Q'}. (4)$$

Ebből a két egyenletből kapjuk, hogy $dd' = R^2$, tehát

$$d' = \frac{R^2}{d} (5) \text{és} Q' = -\frac{R}{d}Q. (6)$$

(Ha $R \gg R-d$, akkor a fenti két képlet visszaadja a síkra való tükrözés ismertebb formuláit: $Q' \approx -Q$, illetve $d' - R \approx R - d$.)

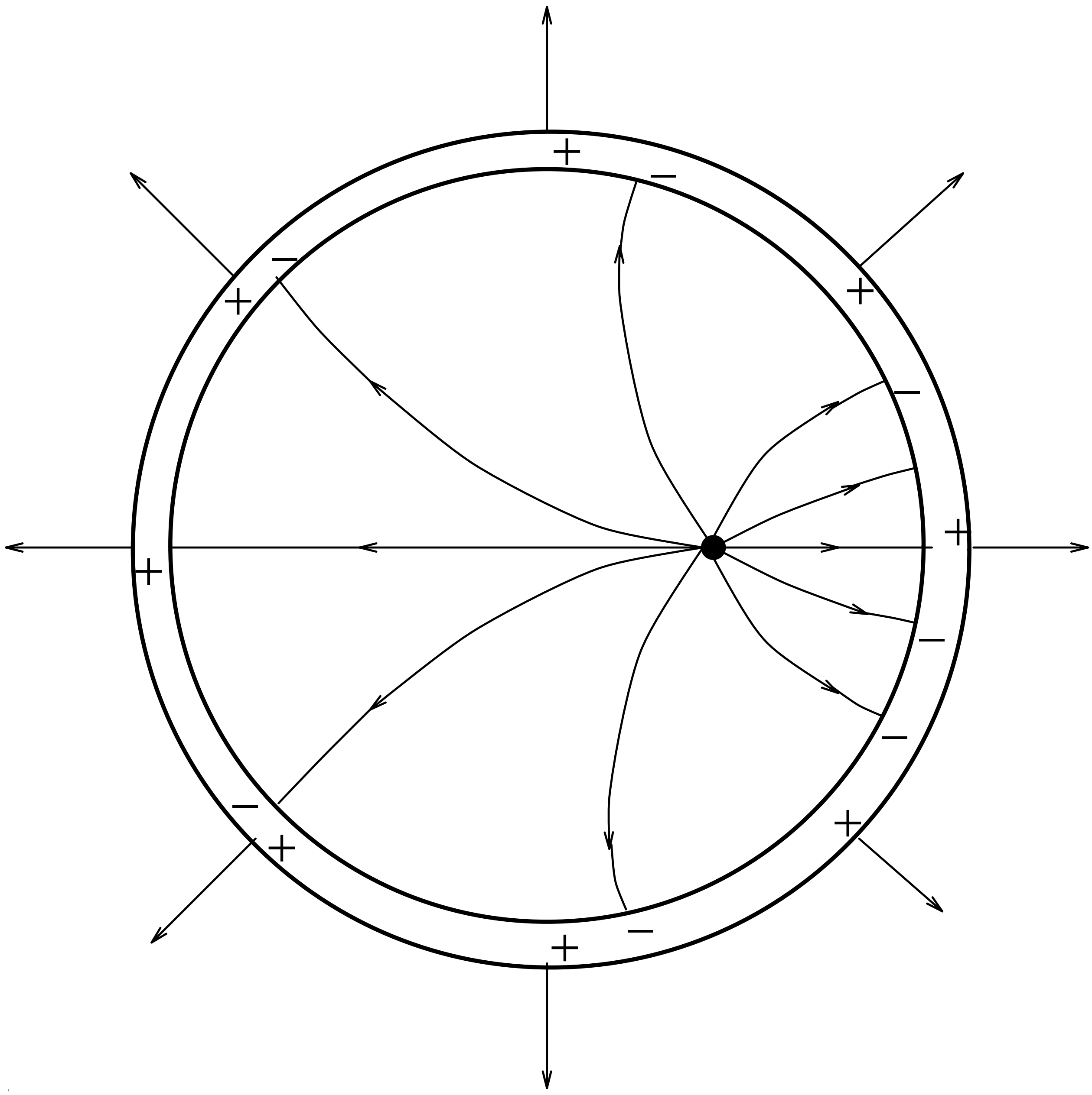
A feladatban szereplő adatokkal

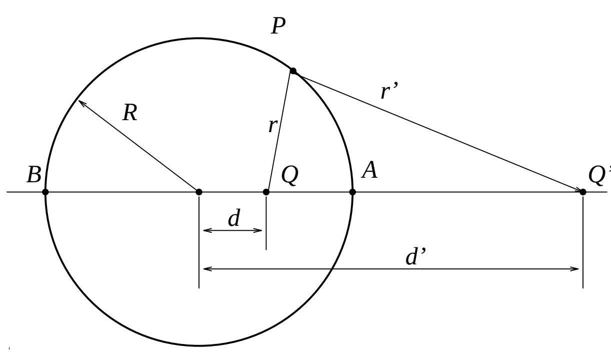
$$d' = \frac{R^2}{R/2} = 2R, \qquad \text{illetve} \qquad Q' = -2Q$$

adódik. A gömbhéjon elhelyezkedő töltések tehát éppen akkora erőt fejtenek ki a belső, pontszerű töltésre, mint amekkorát a gömbre inverzióval kapott Q' pontszerű töltés fejtene ki:

$$F = k\frac{QQ'}{(d'-d)^2} = -\frac{8}{9}k\frac{Q^2}{R^2}.$$

Buronyi László (Fazekas M . Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján




P
R
r'
r
B
Q
A
Q'
d
d'