I. megoldás. A nehezékek egyenletes körmozgást végeznek ω szögsebességgel. Vizsgáljuk meg a testekre ható erőket és a körmozgás dinamikai feltételét!

A nehezékekre a nehézségi erő és a pálcák által kifejtett erő hat. Ez utóbbi | könnyű pálcák esetében | a pálca hossztengelyének irányába kell mutasson, hasonlóan a fonalak által kifejtett erőhöz. Ha ugyanis egy vékony, könnyű pálca az *1. ábrán* látható erőket fejtené ki a végeinél elhelyezkedő testekre, akkor magára a pálcára ezek ellenereje, tehát $-\mathbf{F}_1$ és $-\mathbf{F}_2$ hatna. Ezen két erőnek az eredője nulla kell legyen (Newton II. törvénye és $m_{\text{pálca}} \approx 0$ miatt), és hasonló okokból forgatónyomatéka sem lehet ($\Theta_{\text{pálca}} \approx 0$). *Vigyázat:* ugyanez az érvelés nem mondható el akkor, ha a pálca tömege számottevő (lásd még az **FN. 2852.** feladat megoldását lapunk 310. oldalán | A Szerk.)

Tételezzük fel, hogy a testek a *2. ábrán* látható módon mozognak (vagyis úgy, hogy a pálcák egy egyenesbe esnek). Belátjuk, hogy ez az elrendeződés nem valósulhat meg. Az alsó test függőleges irányban nem gyorsul, ezért a (pálca irányú) $\mathbf{F}_2$ erő függőleges komponense Mg kell legyen, s a 45°-os elrendezés miatt ugyanekkora a vízszintes összetevője is. Az $\mathbf{F}_1$ erő függőleges összetevője hasonló okokból $2Mg$, s ugyanekkora a vízszintes komponense is. A felső testre ható eredő erő vízszintes összetevője tehát Mg, s ugyanekkora az alsó testre ható erőké is. Ez azonban nem lehetséges, hiszen az alsó test nagyobb sugarú körpályán mozog, ugyanakkora szögsebességgel, mint a felső. (Az $l_2 = 0$ esetet nyilván kizárhatjuk, hiszen ekkor nem is beszélhetünk *két* pálcáról, csak egyről.)

A pálcák tehát nem eshetnek egy egyenesbe, hanem egymással derékszöget bezárva, a *3. ábrán* látható elrendeződésben mozoghatnak. (Az $l_2 < l_1$ eset, vagyis amikor mindkét test a forgástengely azonos oldalán található, könnyen kizárható.) A függőleges irányú mozgás (hiányának) egyenletéből

$$F_2 = \sqrt{2}Mg \qquad \text{és} \qquad F_1 = 2\sqrt{2}Mg$$

adódik, a vízszintes irányú mozgásegyenletek pedig

$$\left(2\sqrt{2}Mg + \sqrt{2}Mg\right)\frac{1}{\sqrt{2}} = M\frac{l_1}{\sqrt{2}}\omega^2,$$
$$\left(\sqrt{2}Mg\right)\frac{1}{\sqrt{2}} = M\cdot\frac{l_2 - l_1}{\sqrt{2}}\omega^2.$$

A fenti két egyenletet elosztva egymással

$$\frac{l_2 - l_1}{l_1} = 3,$$

vagyis $l_2/l_1 = 4/3$ adódik.

A rendszer szögsebessége például a felső test mozgásegyenletéből kapható meg:

$$\omega = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}g}{l_1}},$$

a motor fordulatszáma pedig $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$.

Több dolgozat alapján

II. megoldás. A feladatot megoldhatjuk szerkesztéssel is. Üljünk bele képzeletben a pálcákkal együtt forgó, gyorsuló koordináta-rendszerbe, és vizsgáljuk meg a testek egyensúlyának feltételét! Az alsó testre a nehézségi erő, az $F_{\text{cf}}^{(2)}$ centrifugális erő és a pálca által kifejtett (pálca irányú) F erő hat. Ezek akkor lehetnek egyensúlyban, ha $F_{\text{cf}}^{(2)} = Mg$ és $F = \sqrt{2}Mg$ (*4. ábra*).

A másik testre az Mg súlyerő, az alsó pálca által kifejtett F erő és egy ismeretlen nagyságú, vízszintes $F_{\text{cf}}^{(1)}$ centrifugális erő hat. Ezek eredője akkor lesz a felső pálcával párhuzamos, ha $F_{\text{cf}}^{(1)} = 3Mg = 3F_{\text{cf}}^{(2)}$ (*5. ábra*). A *6. ábrán* jól látható, hogy

$$\frac{F_{\text{cf}}^{(1)}}{F_{\text{cf}}^{(2)}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{l_1}{l_2 - l_1} = 3,$$

ahonnan $l_2/l_1 = 4/3$, az

$$F_{\text{cf}}^{(1)} = 3Mg = M\cdot r_1\cdot\omega^2 = M\frac{l_1}{\sqrt{2}}\omega^2$$

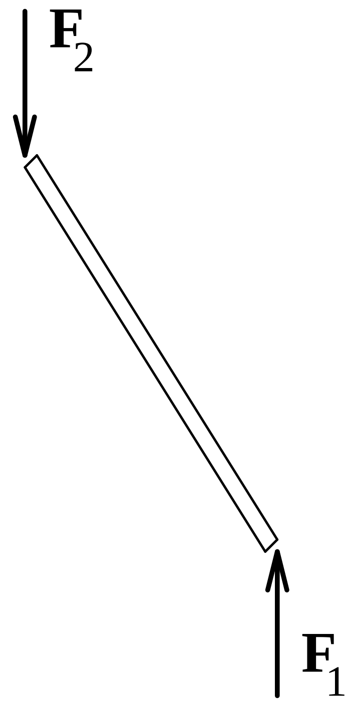
összefüggésekből pedig az I. megoldásban megkapott szögsebesség következik.

(G. P.)

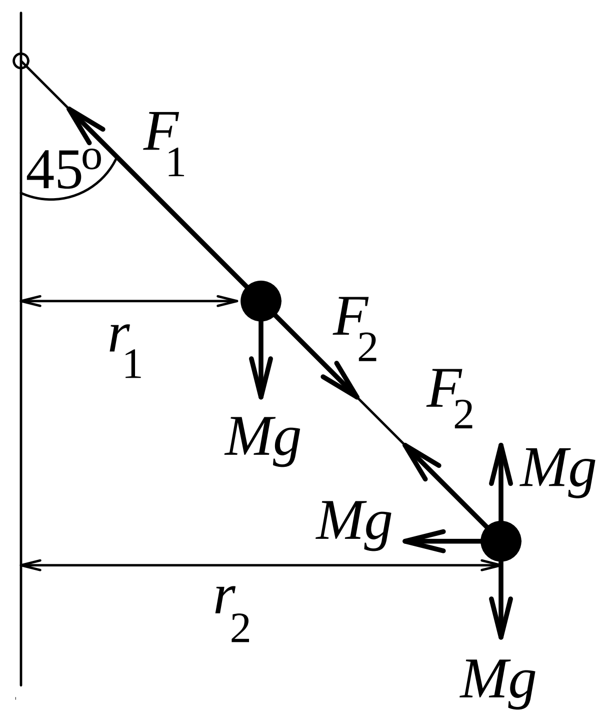
Megjegyzés. A motor körülfordulásának ideje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{3\sqrt{2}g}},$$

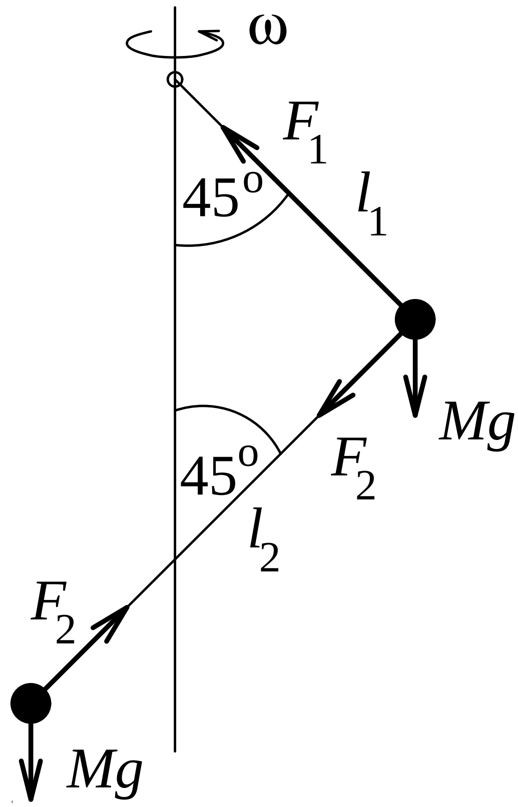
ami megegyezik egy kb. $0{,}24 l_1$ hosszúságú matematikai inga lengésidejével.

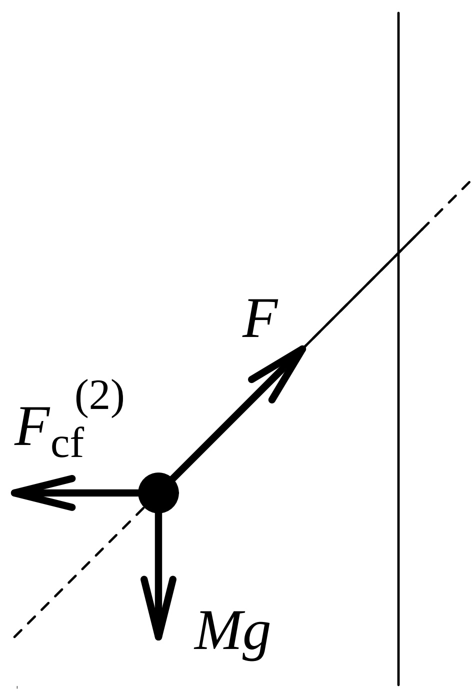


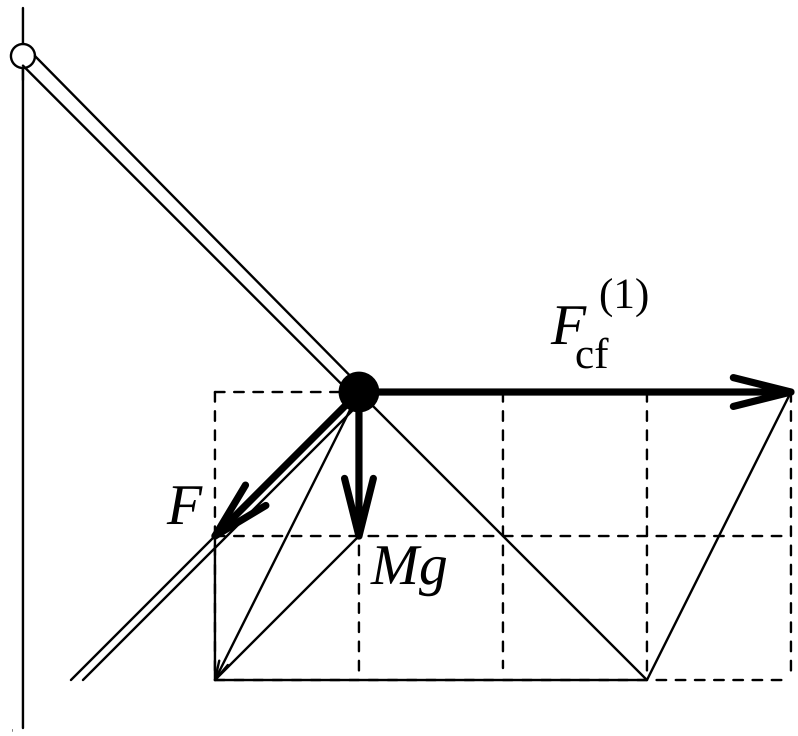
$\mathbf{F}_2$
$\mathbf{F}_1$



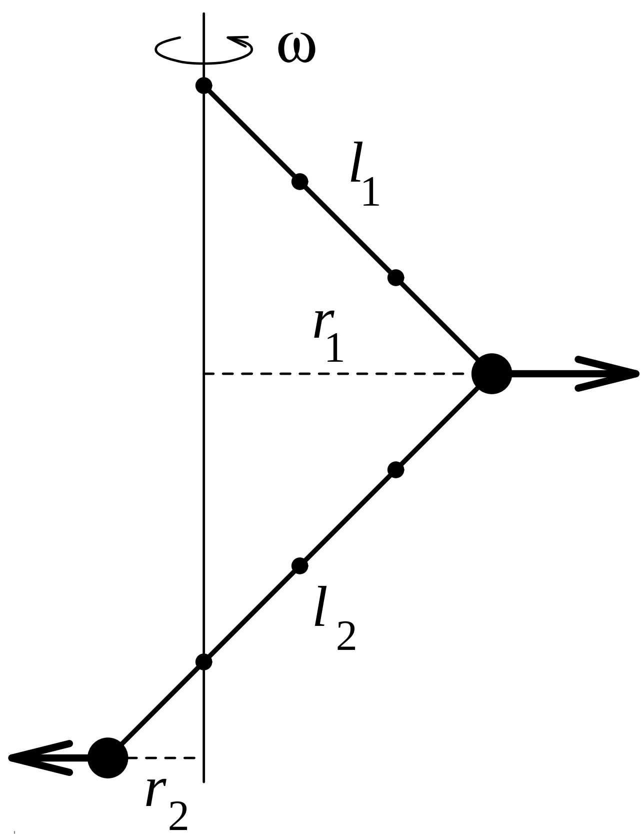
45^o
F_1
r_1
F_2
Mg
F_2
Mg
Mg
r_2
Mg


ω
F_1
45^o
l_1
Mg
45^o
F_2
l_2
F_2
Mg


F
$F_{cf}^{(2)}$
Mg



$F_{cf}^{(1)}$
F
Mg



ω
l_1
r_1
l_2
r_2