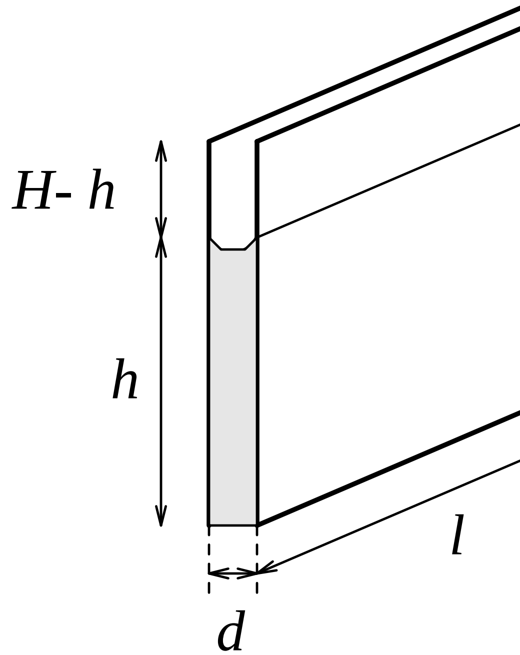
Jelöljük a kondenzátor szélességét l-lel, magasságát H-val, a folyadékszint magasságát pedig h-val (lásd az *1. ábrát*)! A kondenzátor folyadékkal teli és folyadékmentes részét tekinthetjük két párhuzamosan kapcsolt kondenzátornak, amelyek eredő kapacitása függ a folyadékszint h magasságától:



1. ábra

$$C(h) = C_1 + C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{lh}{d} + \varepsilon_0 \frac{l(H-h)}{d}. \tag{1}$$

Ha a kondenzátorra U felszültséget kapcsolunk, lemezeire $Q = C \cdot U$ töltés kerül, a kialakuló elektrosztatikus mező energiája pedig

$$E_e(h) = \frac{1}{2} U^2 C(h) \tag{2}$$

lesz. (Mivel C a h magasság növekedtével növekszik, az elektrosztatikus energia | megadott U esetén | annál nagyobb, minél magasabban áll a folyadék a lemezek között.)

A lemezek közti ϱ sűrűségű folyadék gravitációs helyzeti energiája (az edénybeli folyadékszinthez viszonyítva)

$$E_g(h) = lhd \cdot \varrho g \cdot \frac{h}{2} \tag{3}$$

ez a mennyiség is h-nak monoton növekvő függvénye.

A folyadékot az egyszerűség kedvéért tekintsük tökéletesen nedvesítőnek, és a felületi feszültségét jelöljük σ-val. Minél nagyobb felületen érintkezik a folyadék a kondenzátor lemezeivel, annál kisebb lesz a folyadék és a szilárd fal kölcsönhatási energiája:

$$E_k(h) = -2lh\sigma. \tag{4}$$

A K kapcsoló bekapcsolása előtt a rendszer (amely most a folyadékból és a kondenzátorlemezekből áll) összenergiája

$$E_I(h) = E_g + E_k = \frac{ld\varrho g}{2} h^2 - 2l\sigma h. \tag{5}$$

Ennek a függvénynek (*2. ábra*) bizonyos h_0-nál minimuma van. Ez a h_0 érték a folyadék kezdeti (egyensúlyi) magassága, amelynek nagysága differenciálással vagy elemi úton, teljes négyzetté alakítással kapható meg:

2. ábra

$$E_I(h) = \frac{ld\varrho g}{2}\left(h - \frac{2\sigma}{\varrho g d}\right)^2 - \frac{2\sigma^2 l}{\varrho g d}, \tag{6}$$

ahonnan leolvashatjuk, hogy

$$h_0 = \frac{2\sigma}{\varrho g d}. \tag{7}$$

Erre az egyensúlyi h_0 magasságra az jellemző, hogy a folyadékszint feltételezett kicsiny Δh változására

$$\Delta E_I = \Delta E_g + \Delta E_k = \varrho g l d h_0 \cdot \Delta h - 2l\sigma\Delta h = 0. \tag{8}$$

(Ha nem így lenne, vagyis ha alkalmas előjelű kicsiny Δh szintváltozásra E_I csökkenhetne, ez a változás meg is valósulna, és a felszabaduló energia hővé alakulásával a rendszer más állapotába mehetne át.)

Kapcsoljuk most be a K kapcsolót, és vizsgáljuk meg az így kialakuló rendszer energiaviszonyait h függvényében. A gravitációs és a kölcsönhatási energia mellett a kondenzátor elektromos energiáját is figyelembe véve (lásd az (1) és (2) összefüggéseket) naiv módon arra a következtetésre juthatunk, hogy a folyadékszintnek le kell süllyednie h_0-hoz képest, hiszen $E_e(h)$ annál kisebb, minél kisebb h. Meglepő módon a tényleges helyzet éppen fordított: a folyadék a kapcsoló bekapcsolása után *megemelkedik*!

Nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy a folyadék + kondenzátor rendszer állandó feszültség esetén nem tekinthető zártnak, hiszen kapcsolatban áll a teleppel. Ha valamilyen ok (jelen esetben a folyadékszint magasságának megválasztása) miatt a kondenzátor kapacitására egy kicsiny ΔC értékkel megváltozik, akkor az U felszültségű telepből $\Delta Q = U \cdot \Delta C$ töltés áramlik ki, s ez a telep belső (kémiai) energiáját

$$\Delta E_{\text{telep}} = -U \cdot \Delta Q = -U^2 \cdot \Delta C \tag{9}$$

értékkel csökkenti. Az új egyensúlyi helyzetre, h_1-re az jellemző, hogy

$$\Delta E_{\text{összes}} = \Delta E_g + \Delta E_k + \Delta E_e + \Delta E_{\text{telep}} = 0, \tag{10}$$

részletesebben kiírva

$$\varrho g l d h_1 \cdot \Delta h - 2l\sigma\Delta h + \frac{1}{2}U^2 \cdot \Delta C - U^2\Delta C = 0. \tag{11}$$

Használjuk még ki, hogy (1) szerint

$$\Delta C = \varepsilon_0\left(\varepsilon_r - 1\right)\frac{l}{d}\Delta h, \tag{12}$$

amelyet (11)-be helyettesítve

$$h_1 = \frac{2\sigma}{\varrho g d} + \frac{\varepsilon_0\left(\varepsilon_r - 1\right)U^2}{2\varrho g d^2} \tag{13}$$

adódik. Az emelkedés nagysága számszerűen

$$h_1 - h_0 = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{U^2}{2\varrho g d^2} = 4{,}2 \text{ mm}. \tag{14}$$

Vizsgáljuk meg végül, hogy mennyit változik összességében a folyadék + kondenzátor + elektromos mező + telep rendszer energiája a K kapcsoló bekapcsolása és az új egyensúlyi helyzet elérése során. Az egyes energiaváltozások:

$$E_g(h_1) - E_g(h_0) = \varrho g d l \frac{h_1^2 - h_0^2}{2} > 0, E_k(h_1) - E_k(h_0) = -2\sigma l (h_1 - h_0) < 0, E_e(h_1) - E_e(h_0) + \Delta E_{\text{telep}} = -\frac{U^2}{2}\varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{l}{d} (h_1 -$$

Ha ezeket az energiakülönbségeket összegezzük, a rendszer teljes energiájának megváltozására | algebrai átalakítások után | a következőt kapjuk:

$$E_{\text{összes}}(h_1) - E_{\text{összes}}(h_0) = -\frac{1}{2}\varrho g d l (h_1 - h_0)^2 < 0.$$

A kapcsoló bekapcsolása után az új egyensúlyi állapotban tehát kisebb a rendszer (rendezett) energiáinak összege, mint korábban volt. Az energiakülönbség az egyensúly kialakulása közben rendezetlen formájú energiává alakul; hő fejlődik a vezetékben, illetve a súrlódási folyadékban.

Németh Tibor (Győr, Révai M. Gimn., IV. o.t.) és *Tóth Gábor Zsolt* (Budapest, Árpád Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Az áramforrás felfogható egy igen nagy kapacitású kondenzátorként, amelyet U feszültségre töltötték fel. A rendszer energiájának számításakor a telep energiája ezen kondenzátor elektrosztatikus energiájaként vehető figyelembe.

Németh Tibor

2. A K kapcsoló bekapcsolása és a kondenzátor feltöltődése után a kapcsolót akár ki is kapcsolhatjuk, s ebben az állapotban vizsgálhatjuk az egyensúlyhoz közeli állapotok energiaviszonyait. A változás kapacitású kondenzátor energiája ilyenkor $E_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C(h)}$ módon számítható, ahol Q a kondenzátor töltése. A rendszerhez, a telep most már nem tartozik hozzá.