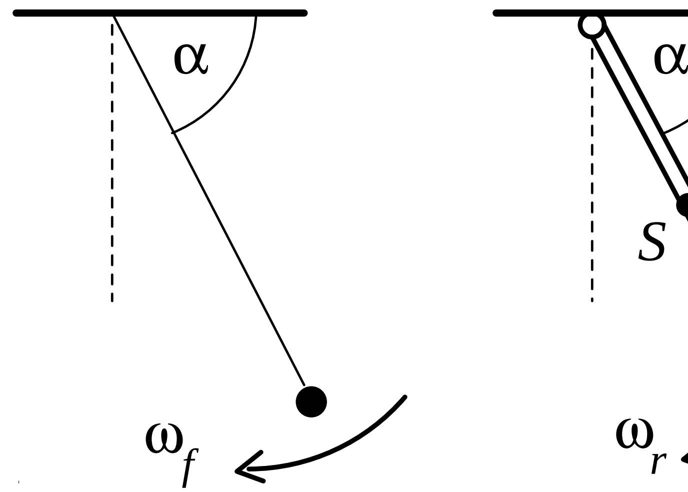
I. megoldás. Mindkét ingánál az energiamegmaradás törvényéből kiszámítjuk, hogy a vízszintessel α szöget bezáró helyzetben mekkora a szögsebességük. Rúdingára



$$\frac{1}{2}\Theta_r\omega_r^2 = mg\frac{L}{2}\sin\alpha, \tag{1}$$

ahol $\Theta_r = \dfrac{1}{3}mL^2$ a rúd tehetetlenségi nyomatéka a végpontjára. Hasonlóan a fonálingára:

$$\frac{1}{2}mL^2\omega_f^2 = mgL\sin\alpha. \tag{2}$$

A fenti két egyenletet elosztva egymással és gyököt vonva

$$\frac{\omega_r}{\omega_f} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

adódik. A rúdinga szögsebessége tehát minden szöghelyzetnél ugyanannyiszor nagyobb, mint a fonálinga szögsebessége ugyanannál a szögnél, tehát a lengés teljes ideje is ugyanilyen arányban rövidebb a rúdingánál, mint a fonálingánál:

$$\frac{T_r}{T_f} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Kovács Baldvin (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.)

II. megoldás. Egy alkalmasan választott L^* hosszúságú fonálinga szögsebessége minden szöghelyzetnél ugyanakkora, mint az L hosszú rúdingáé. Az energiatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mL^{*2}\omega^2 = mgL^*\cdot\sin\alpha,$$
$$\text{illetve}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}mL^2\right)\omega^2 = mg\frac{L}{2}\sin\alpha.$$

A két egyenlet hányadosából $L^* = \dfrac{2}{3}L$. Egy ilyen hosszú fonálinga a rúdéval egyenlő szögkitérésből elengedve azonos ütemben fog mozogni a rúdingával, tehát a lengésidejük is megegyezik.

Másrészt igaz, hogy bármilyen nagy szögkitérés esetén egy L hosszúságú fonálinga lengésideje

$$T_f(L) = \text{állandó}\cdot\sqrt{\frac{L}{g}}$$

kell legyen, hiszen más módon nem kaphatunk L-ből és g-ből idő dimenziójú mennyiséget. (Az állandó értéke kis szögű lengéseknél 2π, nagyobb szögeknél csak bonyolult módon számolható.)

Mivel a rúdinga lengésideje megegyezik egy $L^* = \dfrac{2}{3}L$ hosszú fonálingáéval,

$$\frac{T_r}{T_f} = \frac{T_f(L^*)}{T_f(L)} = \sqrt{\frac{L^*}{L}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

G. P.