

A kísérletben f_0 frekvenciájú foton rugalmasan szóródik m_0 nyugalmi tömegű elektronon. A megváltozott f frekvenciájú foton $\alpha + \beta$ szögben repül a meglökött m tömegű elektronhoz képest. Felírható az energia- és impulzusmegmaradás törvénye:

$$(1) \quad hf_0 + m_0c^2 = hf + mc^2,$$

$$(2) \quad \frac{hf_0}{c} = \frac{hf}{c} \cos \alpha + p \cos \beta,$$

$$(3) \quad \frac{hf}{c} \sin \alpha = p \sin \beta.$$

A feladat feltételei szerint

$$(4) \quad hf_0 = m_0c^2,$$

$$(5) \quad \frac{hf}{c} = p.$$

Ismerjük még az alábbi összefüggést is:

$$(6) \quad (mc^2)^2 = (m_0c^2)^2 + p^2c^2.$$

Az (1) egyenletből (4), (5) és (6) felhasználásával:

$$\begin{aligned} 2hf_0 &= hf + \sqrt{(hf_0)^2 + (hf)^2}, \\ (2f_0 - f)^2 &= f_0^2 + f^2, \\ f &= \frac{3}{4}f_0. \end{aligned}$$

A (3) és (5) egyenletekből következik, hogy $\alpha = \beta$. Ekkor a (2) egyenletből (5) és az előbbieket alapján:

$$\frac{hf_0}{c} = 2 \frac{hf}{c} \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{f_0}{2f} = \frac{2}{3},$$

vagyis $\alpha + \beta = 2\alpha = 2 \arccos \frac{2}{3} \approx 96,4^\circ$. A meglökött elektron impulzusa:

$$p = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

A (4), (5) egyenletekből:

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{hf_0}{c} = \frac{3}{4}m_0c,$$

illetve

$$\frac{m_0vc}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{3}{4}m_0c, \quad v = \frac{3}{5}c = 0,6c \approx 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Látszik, hogy az elektron sebessége a fénysebesség nagyságrendjébe esik, ez indokolja a relativisztikus számolást.

Major András (Stuttgart, Friedrich-Eugens Gymnasium, IV. o. t.) megoldása alapján

