I. megoldás. A rúdra ható erők: a **G** súlyerő, a fal **N** nyomóereje és a tapadási súrlódási erő, melyet az *1. ábrán* látható koordináta-rendszerben a T_1 és T_2 komponensekkel adhatunk meg. A csuklónál ható (ismeretlen nagyságú és irányú) **X** erőt nem tüntettük fel a rajzon.

A rúdra ható erők forgatónyomatéka bármely pontra és bármely tengelyre vonatkoztatva nulla kell legyen. A rúd alsó végpontján átmenő x-tengelyre nézve:

$$T_1 l \cos\alpha + N \cdot l \sin\alpha \cos\varphi = G\frac{l}{2}\cos\alpha, \tag{1}$$

az y-tengelyre:

$$Nl\sin\alpha \cdot \sin\varphi = T_2 l\cos\alpha, \tag{2}$$

s végül a z tengelyre vonatkoztatva:

$$\frac{G}{2} = T_1 + T_2 \mathrm{ctg}\varphi. \tag{3}$$

A fenti három egyenlet nem független egymástól, például (3) megkapható (1) és (2)-ből, emiatt elhagyható.

Adott μ_t tapadó súrlódási együttható mellett a rúd akkor lehet egyensúlyban, ha

$$T_1^2 + T_2^2 \le \mu_t^2 N^2. \tag{4}$$

Fejezzük ki (1)-ből és (2)-ből **T** megfelelő komponenseit:

$$T_1 = \frac{G}{2} - N\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos\varphi, \tag{5}$$

$$T_2 = N\mathrm{tg}\alpha \cdot \sin\varphi, \tag{6}$$

s helyettesítsük ezeket a (4) egyenlőtlenségbe:

$$N^2(\mathrm{tg}^2\alpha - \mu_t^2) - NG\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos\varphi + \frac{G^2}{4} \le 0. \tag{7}$$

Az egyensúly feltétele tehát az, hogy találjunk olyan nemnegatív N-et, amelyre (adott G, α, μ_t, és φ mellett) a fenti egyenlőtlenség teljesül.

Ha $\mathrm{tg}\alpha < \mu_t$, akkor elegendően nagy N-re (7) mindenképpen teljesül, tehát a rúd tetszőleges φ szögben megállhat (beszorulhat). Ha viszon $\mathrm{tg}\alpha > \mu_t$, akkor (7) bal oldala egy felfelé nyitott parabola, az egyenlőtlenség teljesülésének feltétele tehát a valós gyökök létezése, vagyis a diszkrimináns nemnegatív volta:

$$G^2\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \cos^2\varphi - 4 \cdot (\mathrm{tg}^2\alpha - \mu_t^2)\frac{G^2}{4} \ge 0.$$

Innen a φ szögre a

$$\mu_t \ge \mathrm{tg}\alpha \cdot \sin\varphi$$

feltétel adódik, ez a válasz a feladat eredeti kérdésére.

Vegyük észre, hogy a **T** tapadási erő irányára semmiféle megszorítást nem tettünk, csak a nagyságát korlátoztuk; ez a lényeges különbség a jelen feladat és a rúd lassú csúsztatását taglaló 2692. feladat között. Érdekes, hogy a megcsúszás határhelyzeténél, vagyis a

$$\varphi_0 = \mathrm{arc\,sin}\left(\frac{\mu_t}{\mathrm{tg}\alpha}\right)$$

szögnél (7) megoldása:

$$N_0 = \frac{G}{2\mathrm{tg}\alpha\cos\varphi},$$

ahonnan (5) alapján $T_1 = 0$ adódik. A megcsúszás előtt tehát a súrlódási erő vízszintes.

Székely Sándor (Kecskemét, Katona J. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. A rúd felülnézete a *2. ábrán* látható. A fal által a rúdra kifejtett erő (**N** és **T** eredője) legfeljebb

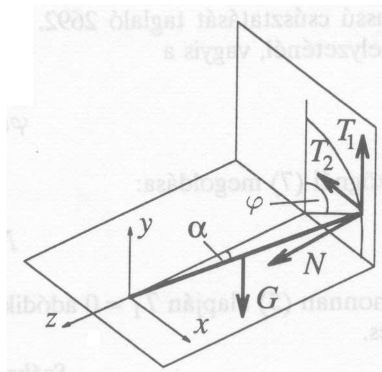
$$\beta = \mathrm{arctg}\mu_t$$

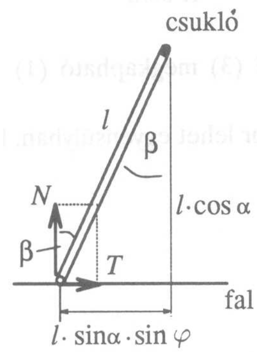
szöget zárhat be a falra merőleges egyenessel. Másrészt ezen erő vízszintes vetülete (a forgatónyomatékok egyensúlya miatt) át kell menjen a csuklón, vagyis fenn kell álljon, hogy

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{l\sin\alpha\sin\varphi}{l\cos\alpha}.$$

A fenti két egyenletből az elcsúszás határszögére éppen (9)-nek megfelelő érték adódik.

(G. P.)


T_1
T_2
φ
y
α
N
G
z
x


csukló
l
β
N
$l \cdot \cos\alpha$
β
T
fal
$l \cdot \sin\alpha \cdot \sin\varphi$