

A gáz által az *ábra* szerinti körfolyamatban végzett hasznos munka

$$W_h = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

1993-12-522-2.eps

Legyen az egyenes meredeksége  $a$ . Ekkor  $p_1 = aV_1$  és  $p_2 = aV_2$ , továbbá

$$W_h = a(V_2 - V_1)^2 = aV_2^2 - 2aV_1V_2 + aV_1^2.$$

Az állapotegyenletből

$$aV_1^2 = NkT_1,$$

hasonlóan

$$aV_2^2 = NkT_2.$$

Összeszorozva a fenti két egyenletet azt kapjuk, hogy

$$a^2V_1^2V_2^2 = (Nk)^2T_1T_2,$$

$$aV_1V_2 = Nk\sqrt{T_1T_2},$$

tehát a  $B$  és  $D$  pontokhoz tartozó  $T_B$  és  $T_D$  hőmérsékletekre  $T_B = T_D = \sqrt{T_1T_2}$ , mivel  $p_1V_2 = p_2V_1 = aV_1V_2$ .

A téglalap területe (a gáz által végzett hasznos munka)

$$\begin{aligned} W_h &= aV_2^2 - 2aV_1V_2 + aV_1^2 = NkT_2 - 2Nk\sqrt{T_1T_2} + NkT_1 = \\ &= Nk \left( T_2 - 2\sqrt{T_1T_2} + T_1 \right) = Nk \left( \sqrt{T_2} - \sqrt{T_1} \right)^2. \end{aligned}$$

Látható, hogy ez a mennyiség független az  $a$  meredekségétől, csak a hőmérsékletek függvénye.

A hatások kiszámításához előbb meghatározzuk a gáz által a körfolyamat során felvett hőt. Az (1)-es és a (2)-es folyamatokban *hőfelvétel*, a (3)-asban és a (4)-esben *hőleadás* történik.

$$Q_{\text{fel}} = Q_1 + Q_2,$$

$$Q_1 = c_v \cdot n \cdot (T_B - T_1) = c_v \cdot n \cdot \left( \sqrt{T_1T_2} - T_1 \right) = \frac{f}{2}nR \left( \sqrt{T_1T_2} - T_1 \right),$$

$$Q_2 = c_p \cdot n \cdot (T_2 - T_B) = c_p \cdot n \cdot \left( T_2 - \sqrt{T_1T_2} \right) = \frac{f+2}{2}nR \left( T_2 - \sqrt{T_1T_2} \right),$$

ahol  $c_v = \frac{f}{2}R$ ,  $c_p = \frac{f+2}{2}R$  az állandó térfogaton, ill. nyomáson vett mólhő,  $n$  a mólok száma,  $f$  pedig a szabadsági fokok száma.

$$Q_{\text{fel}} = Q_1 + Q_2 = \frac{f}{2}nR \left( \sqrt{T_1T_2} - T_1 \right) + \frac{f+2}{2}nR \left( T_2 - \sqrt{T_1T_2} \right).$$

Mivel a gáz egyatomos ( $f = 3$ ) és mólnyi mennyiségű ( $nR = Nk$ ),

$$Q_{\text{fel}} = Nk \left( \frac{3}{2}(T_2 - T_1) + T_2 - \sqrt{T_1T_2} \right).$$

A körfolyamat hatásfoka

$$\eta = \frac{W_h}{Q_{\text{fel}}} = \frac{Nk \left( \sqrt{T_2} - \sqrt{T_1} \right)^2}{Nk \left( \frac{3}{2}(T_2 - T_1) + T_2 - \sqrt{T_1T_2} \right)} = \frac{2 \left( \sqrt{T_2} - \sqrt{T_1} \right)}{5\sqrt{T_2} + 3\sqrt{T_1}}.$$