Először határozzuk meg a töltésrendszer által keltett elektrosztatikus mező térerősségét a hely függvényében! A mező gömbszimmetrikus, ezért a térerősség nagysága csak a középponttól mért $r$ távolságtól függ.

A legkisebb gömb belsejében a térerősség nyilván nulla, a belső és a középső gömb között pedig

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_0}{r^2}\quad (r_0<r<r_1).$$

A belső két gömb össztöltése nulla, ezért Gauss törvénye szerint

$$E(r)\equiv 0\quad (r_1<r<r_2).$$

A külső gömbön kívül

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r^2}\quad (r>r_2).$$

1993-03-139-1.eps

a) Az eddigiekből (lásd az *ábrát*) látszik, hogy a belső két gömb gömbkondenzátort alkot, amelynek kapacitása

$$C_1=4\pi\varepsilon_0\frac{r_0r_1}{r_1-r_0},$$

energiája pedig (a $Q=|Q_0|=|Q_1|=|Q_2|$ jelölés alkalmazásával)

$$W_1=\frac{Q^2}{2C_1}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\Big(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}\Big).$$

A külső gömb kapacitása

$$C_2=4\pi\varepsilon_0\cdot r_2,$$

s így az energiája

$$W_2=\frac{Q^2}{2C_2}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_2}.$$

A töltésrendszer teljes energiája

$$W=W_1+W_2=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\Big(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\Big)=1,71\cdot 10^{-4}\ \mathrm{J}$$

b) A két belső gömb között a feszültség:

$$U_{1,0}=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\Big(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}\Big),$$

a külső gömb potenciálja (végtelen távoli ponthoz viszonyított feszültsége)

$$U_2=\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_2}.$$

A belső gömb potenciálja tehát:

$$U_0=U_2+U_{1,0}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\Big(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\Big)=15\ 300\ \mathrm{V}.$$

*Katz Sándor* (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., IV: o. t.) és
*Tichler Krisztián* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján