A kis golyóra 3 erő hat: a nehézségi erő, a tapadási súrlódási erő és a gömb által kifejtett nyomóerő.

1993-02-090-1.eps

Bontsuk fel az eredő erőt érintő- és sugárirányú összetevőkre! A sugárirányú összetevő tartja körpályán a golyó tömegközéppontját:

$$mg\cos\alpha - F_{ny} = m\frac{v_{TKP}^2}{R+r}.$$

Az érintő irányú erő a golyó érintő irányú gyorsulását hozza létre:

$$mg\sin\alpha - F_s = m\cdot a_{TKP}.$$

A golyót a tömegközéppontja körül az F_s erő forgatja:

$$F_s\cdot r = \Theta\beta,\quad \Theta = \frac{2}{5}mr^2.$$

Mindaddig, amíg a golyó meg nem csúszik, érvényes a mechanikai energia megmaradásának törvénye. A golyó helyzeti energiája mozgási és forgási energiává alakul:

$$mg(R+r)(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}mv_{TKP}^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2.$$

A golyó csúszásmentes gördülése miatt

$$v_{TKP} = \omega\cdot r,\quad a_{TKP} = \beta\cdot r.$$

A golyó akkor fog megcsúszni, amikor az F_s tapadási súrlódási erő eléri a $\mu_0\cdot F_{ny}$ maximális értéket; a tiszta gördülés feltétele tehát

$$F_s \le \mu_0\cdot F_{ny}.$$

A fenti egyenletekből az F_s és F_{ny} erőket kifejezve

$$F_s = \frac{2}{7}mg\sin\alpha,\quad F_{ny} = \frac{1}{7}mg(17\cos\alpha - 10)$$

adódik, ahonnan a csúszásmentes gördülés feltétele:

$$\frac{2}{\mu_0}\sin\alpha \le 17\cos\alpha - 10.$$

Ennek numerikus megoldása

$$\alpha \le 41,8^\circ,$$

tehát a kis golyó a függőlegestől számított 41,8°-os szögnél fog megcsúszni. Vegyük észre, hogy ez az eredmény csak a súrlódási együttható nagyságától függ.