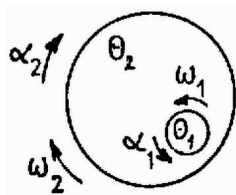


A mechanikus órákban a hajszál-spirálrugó egyik végét az óratesthez, a másik végét az ingakerékhez rögzítik. Az ingakerék harmonikus torziós rezgőmozgást végez, ennek a mozgásnak a frekvenciája szabályozza az óra járását.

Amikor az óratest rögzített, a rezgés periódusideje:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\Theta_1/D^*},$$

ahol D^* a csavarrugó direkciós nyomatéka, Θ_1 pedig az ingakerék tehetetlenségi nyomatéka. Ha viszont az óratest lebeg, a hajszálrugó által az óratestre kifejtett forgatónyomaték hatására az óratest is ugyanakkora rezgésidejű torziós lengéseket végez, mint az ingakerék.



Legyen az ingakerék maximális szögkitérése és szögsebessége az úrhajóhoz viszonyítva α_1 , illetve ω_1 , az óratesté pedig α_2 , illetve ω_2 . Ha az óratest tehetetlenségi nyomatéka Θ_2 , a perdületmaradás tétele szerint

$$\Theta_1\omega_1 + \Theta_2\omega_2 = 0,$$

azaz

$$(1) \quad \omega_1 = -\omega_2 \cdot \Theta_2/\Theta_1.$$

Ha a torziós rezgés „szögsebessége” w^* (ne tévesszük össze ezt az elfordulások szögsebességével!), akkor az óratest maximális szöggyorsulása

$$\beta_2^{\max} = -\alpha_2 \cdot (\omega^*)^2,$$

a maximális forgatónyomaték pedig

$$(2) \quad -D^*(\alpha_1 + \alpha_2) = \Theta_2 \cdot \beta_2^{\max} = -\alpha_2 \cdot \Theta_2 \cdot (\omega^*)^2,$$

ahonnan

$$a_1 + a_2 = a_2 \cdot \frac{\Theta_2(\omega^*)^2}{D^*}.$$

Az energiamegmaradás tétele szerint

$$(3) \quad \frac{1}{2}\Theta_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}\Theta_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}D^*(a_1 + a_2)^2,$$

ahonnan (1) és (2) felhasználásával

$$\omega^* = \sqrt{\frac{D^*}{\Theta_1}} \cdot \sqrt{\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Theta_2}}$$

adódik. Az új lengésidő

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega^*} = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_1}{D^*}} \sqrt{\frac{\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2}},$$

ez kisebb, mint a rögzített zsebóra T_1 periódusideje, ami – pontos órákat feltételezve – megegyezik a karóra periódusidejével. A lebegő zsebóra tehát siet a karórához képest.

A két óra által mutatott idő relatív eltérése:

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \sqrt{\frac{\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2}} \approx \frac{\Theta_1}{2\Theta_2}.$$

(Az utolsó lépésnél kihasználtuk, hogy $\Theta_1 \ll \Theta_2$ és $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$, ha $\varepsilon \ll 1$.)

Mivel azonos „tömörségű” és azonos anyagú testeknél $\Theta \sim m \cdot r^2 \sim r^5$, ahol r a test mérete, a zsebóránál kb. 10-szer kisebb méretű ingakerékkel számolva az órák járási ütemének relatív eltérését kb. 10^{-5} nagyságrendűnek becsülhetjük. Ez annyit jelent, hogy egy lebegő zsebóra egy év alatt kb. 5 percet sietne a karórához képest.