I. megoldás. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a higanycsepp a súlytalanság állapotában van, alakja gömb. Ha töltéseket viszünk a higanycseppre, ezek a töltések a felületen fognak elhelyezkedni, lévén a higany elektromos vezető. Az egymást taszító töltések a felületet igyekeznek növelni (ez csökkenti a belső nyomást), a felületi feszültség pedig igyekszik összehúzni a felületet (ez növeli a belső nyomást). Megfelelő nagyságú töltést juttatva a higanyra a kétféle hatás éppen kiejti egymást, ilyenkor a csepp belsejében a nyomás egyenlő lesz a külső légnyomással.

Egy R sugarú, Q töltésű vezető gömb elektrosztatikus energiája

(1) $$E_1(R) = \frac{1}{2}\frac{kQ^2}{R},$$

hiszen a gömbkondenzátor kapacitása $C = R/k$ (ahol $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ Coulomb-féle állandó) és egy kondenzátor energiája $E_1 = Q^2/(2C)$. Ugyanakkor a felületi feszültségből származó felületi energia

(2) $$E_2(R) = 4R^2\pi \cdot \sigma,$$

ahol $\sigma = 4,91 \cdot 10^{-2}$ J/m^2 a higanynak a levegőre vonatkoztatott felületi feszültsége. A csepp – számunkra érdekes – teljes energiája: $E = E_1 + E_2$.

Növeljük meg gondolatban a csepp sugarát egy kicsiny ΔR értékkel! Ekkor E_1 lecsökken, E_2 pedig megnő, a rendszer teljes energiájának változása a

$$W = (p_{\text{belső}} - p_{\text{külső}}) \cdot \Delta V$$

munkavégzéssel egyenlő. Mivel azonban a külső és a belső nyomás megegyezik, $W = 0$, a rendszer energiája nem változik meg:

$$E_1(R + \Delta R) + E_2(R + \Delta R) = E_1(R) + E_2(R).$$

Behelyettesítve (1) és (2) megfelelő alakját és kihasználva, hogy $\Delta R \ll R$, az

(3) $$\frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R^2}\Delta R = 8\pi R \cdot \sigma \Delta R$$

összefüggés adódik, ahonnan az e töltésű elektronok N száma:

$$N = \frac{4R}{e}\sqrt{\frac{\pi \cdot R\sigma}{k}} = 9 \cdot 10^9.$$

Stőhr Lóránt (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV. o. t.) és
Varga János (Pécs, Leöwey K. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján

II. megoldás. A σ felületi feszültség hatására a csepp belsejében a nyomás

$$\Delta p_1 = \frac{2\sigma}{R}$$

értékkel növekszik meg. Másrészt a Q töltésű cseppek felületének közelében az elektromos térerősség KQ/R^2 nagyságú, és ezért az egységnyi felületen elhelyezkedő $\Delta Q = Q/(4\pi R^2)$ töltésre

$$\Delta p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{KQ}{R^2} \cdot \frac{Q}{4\pi R^2}$$

kifelé irányuló nyomás hat. (A fenti képletben szereplő 1/2-es tényező azért került oda, mert a gömb belsejében nincsen elektromos mező!) A kétféle nyomás egyenlőségéből az I. megoldásbeli (3) összefüggést kapjuk, amelyből a csepp töltése, illetve az elektronok száma már könnyen meghatározható.

(Gnädig Péter)

Megjegyzések 1. A csepp töltése $Q = 1,4 \cdot 10^{-9}$ Cb, kapacitása pedig $C = 0,2$ pF, így a feltöltés egy $U = Q/C = 7000$ voltos feszültségforrással oldható meg.

2. A cseppben az elektromos, illetve a felületi erőkből származó nyomás $\Delta p = 2\sigma/R = 50$ Pa, ez kb. 2000-szer kisebb, mint a légköri nyomás. Földi körülmények között a gravitáció hatására a csepp belapul, alakja eltér a gömbtől. Egy 4 mm-es higanyoszlop nyomása kb. 200-szor kisebb a légköri nyomásnál, a lapultságból adódó effektus tehát semmiképpen nem hanyagolható el.