

**I. megoldás.** Jelöljük a nyújtatlan rugó hosszát  $L$ -lel, az egyensúlyi állapothoz tartozó hosszúságot  $L_0$ -lal.  $y = A \sin(\omega t + \varphi)$  és  $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$ , ezért

$$\left(\frac{y}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = \sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1,$$

ahol  $y$  a test kitérése az egyensúlyi helyzettől. Ezt a konkrét példára alkalmazva ( $y_i = L_i - L_0$ ) a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned} A^2 &= (L_1 - L_0)^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2, \\ \omega^2 &= \frac{v_1^2 - v_2^2}{(L_2 - L_0)^2 - (L_1 - L_0)^2}, \\ L_0 &= \frac{(v_1^2 - v_2^2)(L_3^2 - L_1^2) + (v_1^2 - v_3^2)(L_1^2 - L_2^2)}{2((v_1^2 - v_3^2)(L_1 - L_2) + (L_3 - L_1)(v_1^2 - v_2^2))}. \end{aligned}$$

Felhasználva még, hogy  $L = L_0 - mg/D$ , végül  $L = 0,3$  m és  $D = 100$  N/m adódik.

*Varjú Katalin* (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t) megoldása alapján.

**II. megoldás.** Írjuk fel az energiamegmaradás tételét a rendszerre. A potenciális energia nulla szintjét a rugó nyújtatlan végéhez rögzítjük. Ekkor az előző jelöléseket használva:

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}D(L_i - L)^2 - mg(L_i - L).$$

Mivel minden erőhatás konzervatív, ezért  $E$  időben állandó. A három időpillanatra felírva az energiákat,  $L$ -t kifejezhetjük:

$$L = \frac{\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2}D(L_1^2 - L_2^2) - mg(L_1 - L_2)}{D(L_1 - L_2)}.$$

Két ilyen kifejezést összehasonlítva  $D$  meghatározható:

$$D = \frac{m \left( \frac{v_1^2 - v_3^2}{L_1 - L_3} - \frac{v_1^2 - v_2^2}{L_1 - L_2} \right)}{L_2 - L_3} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Visszahelyettesítve a terheletlen rugó hosszára  $L = 0,3$  m adódik.

*Szakáll Miklós* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)