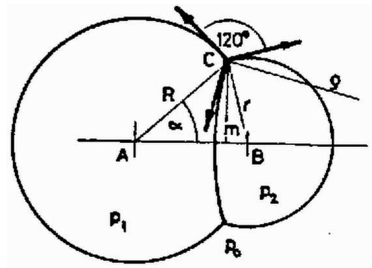
A két buborék közötti hártya egy ϱ sugarú gömbsüveg, a gömbök középpontja egy egyenesbe esik. Egy erre az egyenesre illeszkedő síkkal elmetszve a buborékokat, az *1.ábrán* látható metszetet kapjuk. (Feltehetjük, hogy $R > r$).



1. ábra

Ismert, hogy egy R sugarú szappanbuborék belsejében

$$p_1 - p_0 = \frac{4\alpha}{R} \tag{1}$$

a túlnyomás, ahol α a folyadék (szappan vagy mosóoldatot tartalmazó víz) felületi feszültsége. Hasonlóan a kisebb buborék túlnyomása

$$p_2 - p_0 = \frac{4\alpha}{r}, \tag{2}$$

a két buborékot elválasztó hártyára pedig fennáll, hogy

$$p_2 - p_1 = \frac{4\alpha}{\varrho}. \tag{3}$$

A (2) összefüggésből (1)-t kivonva és (3)-ba helyettesítve némi átalakítás utána a keresett görbületi sugárra

$$\varrho = \frac{R \cdot r}{R - r}$$

adódik.

Az érintkezési kör m sugarát a következő gondolatmenet segítségével határozhatjuk meg. A C ponton átmenő kör kicsiny darabkájára három egyenlő nagyságú erő hat, ezek egymással bezárt szöge tehát 120° kell legyen. Ebből következik, hogy az $ACB\sphericalangle = 60^\circ$. Alkalmazzuk az ABC háromszögre a koszinusz- és szinusztételt:

$$AB^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\ \cos\ 60^\circ,$$

illetve

$$\frac{\sin\alpha}{\sin 60^\circ} = \frac{r}{AB}.$$

Ezekből az érintkezési kör sugarára végül

$$m = R\ \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{R \cdot r}{\sqrt{R^2 + r^2 - Rr}}$$

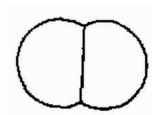
adódik.

Veres Gábor (Balassagyarmat, Ballasi B. Gimn., II. o. t) dolgozata alapján

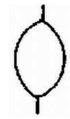
Megjegyzések:1. Néhány speciális eset:
a)$R = r$, akkor $\varrho = \infty$ (az elválasztó felület sík) és $m = \sqrt{3}r/2$ (2/a ábra);

b)$R \gg r$, ekkor $\varrho = r$ és $m = \sqrt{3}r/2$ (2/b ábra);

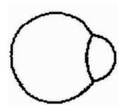
c)$R = 2r$ ilyenkor $\varrho = R$ és $m = r$ (2/c ábra).



2/a ábra



2/b ábra



2/c ábra

2. Sok megoldó a három gömbsüveg felületének összegét írta fel az m sugár függvényében és ennek a függvénynek a minimumát próbálta meghatározni, mondván, hogy a szappanhártya a legkisebb felület kialakítására törekszik. Ez az eljárás azonban hibás eredményre vezet, mert a rendszer egyensúlyát nem a felület minimuma, hanem a szappanhártya+belső gáz+környezetből álló rendszer összenergiájának minimuma határozza meg. Jól látható ez egyetlen szappanbuborék esetében: a legkisebb felület nyilván a pontszerű összehúzódott gömbnek felel meg, a valóságban pedig a bezárt gáz mennyiségétől függő véges sugár alakul ki. A legkisebb energia feltétele csak nyílt felületű hártyáknál egyezik meg a legkisebb felszínű hártya megkeresésének problémájával.