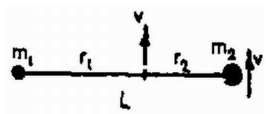
I. megoldás. Feltételezzük, hogy a testek a vízszintes síkban súrlódásmentesen mozognak.

Mivel a rendszerre vízszintes irányú külső erők nem hatnak, a tömegközéppont állandó v sebességgel mozog, és a két test a tömegközéppont körül egyenletesen, állandó ω szögsebességgel forog.



1. ábra

A tömegközéppont sebességét az

$$(m_1+m_2)v=m_2v_0,$$

a helyzetét pedig az

$$r_1\cdot m_1=r_2m_2 \quad \text{és} \quad r_1+r_2=L$$

összefüggésekből határozhatjuk meg (*1. ábra*):

$$v=\frac{m_2}{m_1+m_2}v_0 \quad \text{és} \quad r_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}L.$$

A rendszer szögsebességét például az $r_2\omega=v-v_0$ összefüggésből számíthatjuk ki, és az $\omega=v_0/L$-nek adódik.

Az m_1 tömegű test $a_1=v^2/r_1$ gyorsulással mozog, a rá ható erő tehát

$$F=m_1\cdot a_1=m_1\cdot\left(\frac{m_2v_0}{m_1+m_2}\right)^2\cdot\frac{m_1+m_2}{m_2L}=\frac{m_1\cdot m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{v_0^2}{L}.$$

Ugyanezt az értéket úgy is megkaphatjuk, hogy az m_2 tömeget az $a_2=(v_0-v)^2/r_2$ gyorsulással szorozzuk össze.

A fonalat tehát

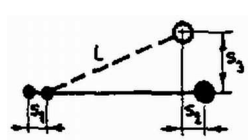
$$F=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{v_0^2}{L}$$

erő feszíti. Ez az erő éppen akkora, amekkora egy $m=m_1m_2/(m_1+m_2)$ tömegű test v_0 sebességű körmozgásához szükséges, ha a körpálya sugara L. Az m mennyiséget a két tömegpontból álló rendszer ***redukált tömegének*** szokták nevezni.

Megyeri Katalin (Monor, József A. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Ha a fonalat F erő feszíti, akkor egy kicsiny t idő alatt az egyes testek fonál irányú elmozdulása (*2. ábra*):

$$s_1=\frac{F}{m_1}\cdot\frac{t^2}{2}, \quad \text{illetve} \quad s_2=\frac{F}{m_2}\cdot\frac{t^2}{2}.$$



2. ábra

A v_0 sebességgel mozgó test ezalatt a fonál eredeti irányára merőlegesen is elmozdul $s_3=v_0\cdot t$ távolsággal. Mivel a fonál nyújthatatlan, fenn kell álljon az

$$(L-s_1-s_2)^2+s_3^2=L^2$$

összefüggés. Innen behelyettesítés, átrendezés, valamint a kicsiny t mennyiség magasabb hatványainak elhanyagolása után

$$F=\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)^{-1}\cdot\frac{v_0^2}{L}$$

adódik, összhangban az I. megoldás eredményével.

Fedorcsák Péter (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Sok megoldás – tévesen – úgy érvelt, hogy ha az m_1 tömegű test egy adott pillanatban áll, akkor a másik test mozgása – legalábbis egy rövid ideig – az m_1 tömegű test körüli L sugarú körmozgással helyettesíthető, s az ehhez szükséges erő $F = m_2 v_0^2/L$. Ez azonban nem igaz! Ha például v_0 sebességgel futunk az m_2 tömegű test sebességével azonos irányban, akkor azt láthatjuk, hogy az m_1 tömegű test mozog $-v_0$ sebességgel s a másik test áll. A fenti érvelést megismételve a fonalat feszítő erőre most $F = m_1 \cdot v_0^2/L$ adódna, ellentétben az első eredménnyel.

Úgy is beláthatjuk az $F = m_2 v_0^2/L$ eredmény hibás voltát, hogy m_1-t sokkal kisebbnek választjuk, mint m_2; legyen például m_1 egy szúnyog, m_2 pedig egy elefánt tömege! Nyilvánvaló, hogy ha egy álló szúnyog mellett elszalad egy elefánt és kettejük között egy vékony, nyújthatatlan fonál feszül, akkor nem az elefánt fog körmozgást végezni a szúnyog körül, hanem fordítva! A helyes képletek ezt úgy tükrözik, hogy ha $m_1 \gg m_2$, vagy $m_1 \ll m_2$, akkor a redukált tömeg nagyon kicsivé (a kisebb tömeggel közel egyenlővé) válik és a fonálerő is kicsi lesz. Adott össztömeg mellett a fonálerő akkor a legnagyobb, ha $m_1 = m_2$.

2. Ha a súrlódás nem hanyagolható el, sőt, elegendően nagy, akkor előfordulhat, hogy az m_1 tömegű test állva marad, a fonalat pedig kezdetben $m_2 v_0^2/L$ erő feszíti. Ennek az a feltétele, hogy a súrlódási együttható legalább $m_2 v_0^2/(m_1 g L)$ nagyságú legyen.