Ismert, hogy a mechanikai rendszerek olyan állapot elérésére törekszenek, ahol mechanikai energiájuk minimális. Azokban az esetekben, ahol a molekuláris kötőerők mellett más erők elhanyagolhatók, a rendszer a lehetséges legkisebb felületű állapot elérésére törekszik. (Ez azért van így, mert a felületen lévő részecskék potenciális energiája nagyobb az anyag belsejében lévő részecskék potenciális energiájánál.) Ilyen jelenséggel állunk szemben (ld. az *1. megjegyzést*).

Mint tudjuk, a folyadék felületi energiája $E_f = \alpha A$, ahol α az anyag felületi feszültsége, A pedig a felület nagysága. A két különálló, $r = 1$ mm sugarú higanycsepp *összes felülete és teljes térfogata*

$$A = 2 \cdot 4r^2\pi \quad \text{és} \quad V = 2\frac{4r^3\pi}{3}.$$

Ha a két higanycsepp egyetlen, $V' = V$ térfogatú cseppé egyesül, az új sugár

$$r' = \sqrt[3]{\frac{3V'}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{8r^3\pi}{3}} = \sqrt[3]{2} \cdot r.$$

Így az új csepp felülete

$$A' = 4(r')^2\pi = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 4r^2\pi < A.$$

Ha a folyamat elég gyors ahhoz, hogy a környezettel való hőcserére nincs idő, akkor a rendszer teljes energiája, vagyis az E_b belső és E_f felületi energia összege állandó:

$$E_b + E_f \approx E_b' + E_f',$$

így

$$E_b' - E_b = E_f - E_f', \quad \Delta E_b = -\Delta E_f.$$

Felhasználva, hogy

$$E_b' - E_b = cm\Delta T = c\rho V\Delta T = c\rho\frac{8r^3\pi}{3}\Delta T,$$

ahol c a fajhő és ρ a sűrűség, valamint

$$E_f - E_f' = \alpha(A - A') = \alpha \cdot 4r^2\pi(2 - 2^{\frac{2}{3}}),$$

az adódik, hogy

$$\Delta T = \frac{\alpha \cdot 4r^2\pi(2 - 2^{\frac{2}{3}})}{c\rho 8r^3\pi/3} = \frac{3\alpha(2 - 2^{\frac{2}{3}})}{2c\rho r}.$$

A szükséges adatok: $\alpha = 0,491\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}$; $c = 1381,71\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$; $\rho = 13546\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $r = 10^{-3}$ m. Így $\Delta T = 1,62 \cdot 10^{-5}$ K, tehát a higany csak igen kis mértékben melegszik fel.

Megjegyzések: 1. A megoldás során a gravitációs mező hatását elhanyagoltuk. A folyamat így pl. űrhajóban lebegő (helyesebben a gravitációs mezőben az űrhajóval együtt szabadon eső) cseppekkel végzett kísérletnek felel meg. Amint azt *Veres Gábor* II. o. t. (Balassagyarmat, Balassi B. Gimn.) helyesen megjegyezte, asztalon fekvő cseppek esetén a cseppek belapulnak, egyesülés során a tömegközéppont magasságváltozását, így a gravitációs mező munkáját nem tudjuk, sőt mivel a lapult csepp felszíne nagyobb a gömb alakúénál, a felszínváltozást sem ismerjük pontosan, így a fenti számítást erre az esetre nem tudnánk elvégezni. A feladat a higanycsepp sugaráról beszél, így sugallja a gömb alakot és ezzel a világűrbéli körülményeket.

2. A termodinamika I. főtétele szerint a belső energia változása $\Delta E_b = Q + W$. Esetünkben $Q = 0$, $W = -\sum p(V) \cdot \Delta V$; itt V megadható r függvényében, így $W = -\sum p(r) \cdot [V(r + \Delta r) - V(r)]$. $p(r) = 2\alpha/r$ a folyadékcsepp belsejében a környezethez képest uralkodó túlnyomás, az ún. görbületi nyomás. Ha így végezzük a számítást, a fentiekkel azonos eredményt kapunk. Ezt el is várjuk, hiszen ugyananannak az erőnek a munkáját írtuk fel kétféleképpen.

Egy gömb sugarát megnövelve megnő a felülete és térfogata is. A felület növelésekor az érintőleges irányú felületi erők ellenében

$$W = \alpha \cdot \Delta A = \alpha \cdot 4\pi[(r + \Delta r)^2 - r^2] = \alpha \cdot 4\pi \cdot 2r\Delta r$$

munkát végzünk. Egy gömbfelszín-darabra összegezve e felületi erőket, eredőként egy középpont felé mutató erőt kapunk. Ez az erő tart egyensúlyt a görbületi nyomásból származó nyomóerővel. Így a végzett munka $W = p\Delta V = (2\alpha/r) \cdot 4r^2\pi\Delta r = \alpha \cdot 8\pi \cdot r\Delta r$, mint az előbb.