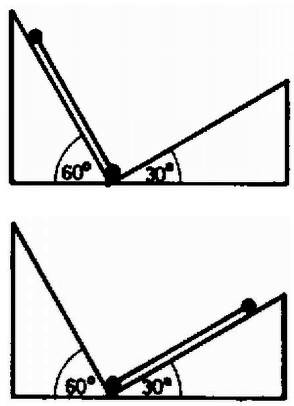
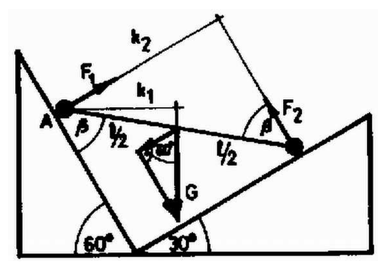
A feladatnak három megoldása van. Az első kettőben az egyik henger lent van a lejtők találkozásánál. Mivel a két henger egyenlő sugarú, az első esetben a rúd a 60°-os lejtő síkjával párhuzamos, tehát 60°-os szöget zár be a vízszintessel. A második esetben pedig a másik lejtővel párhuzamos, így a vízszintessel bezárt szöge 30°-os *(1. ábra)*. Ezekben az esetekben a test nyilván egyensúlyban van.



1. ábra

A harmadik megoldásra csak akkor kapunk számszerű eredményt, ha ismerjük a két henger és a rúd tömegét, vagy legalább a tömegük arányát. Tegyük fel, hogy a két henger tömege is megegyezik.



2. ábra

A két hengert és a rudat vehetjük egyetlen merev testnek. A testre hat a nehézségi erő (G) és a lejtők kényszerereje: F_1, illetve F_2 *(2. ábra)*. Mivel a test egyensúlyban van, a rá ható erők és forgatónyomatékok összege 0.

Bontsuk fel G-t a lejtőkkel párhuzamos komponensekre. Az erők egyensúlyából következik, hogy

$$F_1 = G \cdot \sin 30° = \frac{1}{2}G,$$

$$F_2 = G \cdot \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}G.$$

Írjuk fel az A pontra vonatkozó forgatónyomatékokat! Az egyensúly miatt

$$G \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2,$$

$$G \cdot \frac{l}{2}\cos(60° - \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}Gl \cdot \sin\beta,$$

$$\cos(60° - \beta) = \sqrt{3} \cdot \sin\beta,$$

Az addíciós tételt felhasználva:

$$\cos 60° \cdot \cos\beta + \sin 60° \cdot \sin\beta = \sqrt{3} \cdot \sin\beta,$$

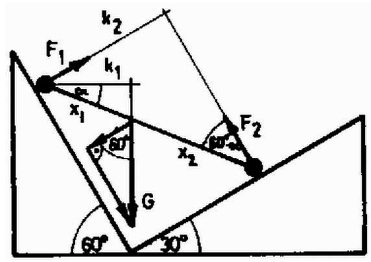
$$\frac{1}{2}\cos\beta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\beta = \sqrt{3} \cdot \sin\beta,$$

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{ahonnan} \quad \beta = 30°.$$

Tehát a harmadik esetben a rúd vízszintessel bezárt szöge $60° - \beta = 30°$.

Herényi István (Bp, Budai Nagy Antal Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján.

Megjegyzés. Abból, hogy a két henger sugara egyenlő, nem következik, hogy tömegük is megegyezik. Tegyük fel, hogy a test tömegközéppontja $x_1 : x_2$ arányban osztja a rudat *(3.ábra)*



3. ábra

Ekkor az egyenleteink:

$$F_1 = G \cdot \sin 30^\circ = \frac{G}{2},$$

$$F_2 = G \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} G.$$

Az A pontra vonatkozó forgatónyomaték:

$$G \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2,$$

$$G \cdot x_1 \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} G \cdot (x_1 + x_2) \cdot \sin(60^\circ - \alpha),$$

$$x_1 \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}(x_1 + x_2)(\sin 60^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 60^\circ \cdot \sin \alpha),$$

$$x_1 \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}(x_1 + x_2)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos \alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha\right),$$

ahonnan

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{3x_2 - x_1}{\sqrt{3}(x_1 + x_2)}.$$

Ha a rúd súlytalan, $x_2/x_1 = m_1/m_2$,

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{3m_1 - m_2}{\sqrt{3}(m_1 + m_2)}.$$

Amennyiben $m_1 \gg m_2$, úgy $\alpha = 60^\circ$, a rúd a 60°-os lejtővel lesz párhuzamos. Ha $m_2 \gg m_1$, akkor $\alpha = -30^\circ$, a rúd a másik lejtővel lesz párhuzamos. Ha a két henger tömege megegyezik, $x_1 = x_2,\ \alpha = 30^\circ$.