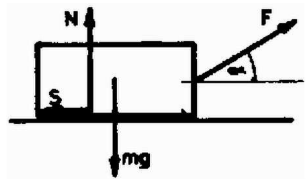
I. megoldás. Írjuk fel a testre ható erőket (*1. ábra*).



1. ábra

Függőleges irányban hat az mg súlyerő, az N nyomóerő és az F húzóerő függőleges komponense, vízszintes irányban az S súrlódási erő és a húzóerő vízszintes komponense. Függőleges irányban a test nem gyorsul, így:

$$N + F \cdot \sin\alpha = mg.$$

Innen

$$N = mg - F\sin\alpha.$$

Vízszintes irányban mozogjon a gyorsulással a test. Biztosan elindul, mert vízszintes húzóerőnél

$$S_{max} = \mu N = \mu mg = 6\ \mathrm{N}$$

a tapadási súrlódás maximális értéke, a húzóerő pedig ekkor 10 N.

A mozgásegyenlet vízszintes irányban:

$$ma = F\cos\alpha - S = F\cos\alpha - \mu N = F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha,$$

innen

$$a = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g.$$

A gyorsulás akkor maximális, ha a következő kifejezés maximális:

(1) $$f(\alpha) = \cos\alpha + \mu\sin\alpha.$$

Vezessük be a $\mu = \mathrm{tg}\varphi$ összefüggéssel a φ határszöget. Ennek megfelelően

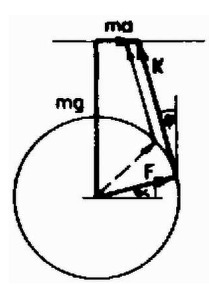
$$f(\alpha) = \cos\alpha + \mathrm{tg}\varphi\sin\alpha = \frac{1}{\cos\varphi}(\cos\alpha\cos\varphi + \sin\alpha\sin\varphi) = \frac{1}{\cos\varphi}\cos(\alpha - \varphi).$$

A cos függvény a $2k\pi$ helyeken maximális, ebből a számunkra értelmes megoldás:

$$\alpha - \varphi = 0,$$
$$\alpha = \varphi = \mathrm{arctg}\ \mu = 11{,}31^\circ.$$

Tehát a gyorsulás $\alpha = 11{,}31^\circ$ mellett maximális.

II. megoldás. Vegyük fel a vektorábrát a *2. ábrán* látható módon.



2. ábra

Először rajzoljuk be a súlyerőt, majd ennek végpontjába az adott nagyságú F húzóerőt, melynek végpontja egy kör mentén mozoghat. Ezután rajzoljuk be az asztal és a test közötti kölcsönhatási erőt, K-t. Ennek vízszintes komponense μN nagyságú súrlódási erő, függőleges komponense az N nyomóerő. K-nak a függőlegessel bezárt φ szögére:

$$\mathrm{tg}\varphi = \mu.$$

Az ábráról leolvasható, hogy ma akkor maximális, ha K éppen érinti a kört. Ekkor α és φ merőleges szárú szögek lesznek, tehát $\alpha = \varphi = \operatorname{arctg} \mu = 11{,}31^\circ$.

Patkó Eszter dolgozata alapján

III. megoldás. Az (1) egyenlet felírásáig ez a megoldás megegyezik az I.-vel. Ezután ábrázoljuk a koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyekre $x = \cos\alpha$ és $y = \mu \sin\alpha$. Ezek egy ellipszis pontjai, mivel $x^2 + (y/\mu)^2 = 1$. $x + y$ ott a legnagyobb, ahol az érintő az x tengellyel 135°-os szöget zár be, vagyis iránytangense -1. Az ellipszist az y tengely mentén $1/\mu$ arányban lapítva egy kört kapunk, melynek sugara egységnyi. A transzformáció után a keresett pontban az érintő iránytangense $-1/\mu$, az érintési pontba húzott sugár iránytangense pedig μ lesz. Az érintési pontnak megfelelő α szögre:

$$\mu = \frac{y'}{x'} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha,$$
$$\alpha = \operatorname{arctg} \mu = 11{,}31^\circ.$$

Ujváry-Menyhárt Zoltán (Bp., Fazekas M. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján