Megoldás. Kezdetben a rúd nyugszik, ekkor valamilyen kapcsoló zárásakor $I_0 = U_0/R$ áram indul meg rajta keresztül, s ezért $\mathbf{F}_0 = \mathbf{I} \cdot \mathbf{l}_0 \times \mathbf{B}$ Lorentz-erő kezdi gyorsítani. ($\mathbf{B}$ merőleges a rúdra, ezért $F_0 = lI_0B$.) A kondenzátor feszültsége az eltávozó töltés miatt csökken, a mozgásba lendülő rúdban pedig $U_i = Blv$ feszültség indukálódik, a Lenz-törvény értelmében U_c-vel, a kondenzátor feszültségével ellentétesen. Ezért az áramerősség és azzal együtt a rudat gyorsító Lorentz-erő csökken. Amikor az indukált feszültség egyenlő lesz a kondenzátor pillanatnyi feszültségével (lehet, hogy csak $t \to \infty$ határesetben), az áram megszűnik, így a rudat gyorsító erő is; a rúd sebessége ezután már nem változik. Áram hiányában a kondenzátor töltése sem csökken tovább.

A rúd pillanatnyi gyorsulása

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} = \frac{Bl}{m} \cdot I(t),$$

és mivel nyugalomból indult, ezért sebessége

$$v(t) = \int_0^t a(t')\mathrm{d}t' = \frac{Bl}{m} \int_0^t I(t')\mathrm{d}t'.$$

Az integrál viszont éppen a kondenzátorról t idő alatt eltávozott $\Delta Q(t)$ töltéssel egyenlő, tehát

$$v(t) = \frac{Bl}{m}\Delta Q(t).$$

Az indukált feszültség

$$U_i(t) = Blv(t) = \frac{B^2l^2}{m}\Delta Q(t).$$

A kondenzátor pillanatnyi feszültsége

$$U_c = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0 - \Delta Q(t)}{C} = U_0 - \frac{\Delta Q(t)}{C}.$$

A végsebesség elérésekor $U_i(t) = U_c(t)$, tehát

$$\frac{B^2l^2}{m}\Delta Q_{\max} = U_0 - \frac{\Delta Q_{\max}}{C},$$

amiből

$$\Delta Q_{\max} = \frac{m \cdot U_0 \cdot C}{m + CB^2l^2},$$

a maximális sebesség pedig

$$v_{\max} = \frac{BlCU_0}{m + CB^2l^2}.$$

A kondenzátor töltése ekkor

$$Q_0 - \Delta Q_{\max} = \frac{U_0C^2B^2l^2}{m + CB^2l^2}.$$

Csuka Miklós (Győr, PÁGISZ, IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A rendszert leíró differenciálegyenletek a következők:

$$\frac{Q(t)}{C} - v(t)Bl + R\frac{dQ(t)}{dt} = 0,$$
$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{lB}{m}I(t) = \frac{lB}{m}\frac{dQ(t)}{dt}.$$

A másodikból $v(t) = [(Q_0 - Q(t))] \cdot lB/m$, ezt az elsőbe helyettesítve és azt megoldva kapjuk, hogy

$$Q(t) = \frac{mU_0C}{m + I^2B^2C^2}\exp\left[-\left(\frac{1}{RC} + \frac{l^2B^2}{mr}\right)t\right] + \frac{l^2B^2C^2U_0}{m + l^2B^2C},$$

és

$$v(t) = \frac{lBCU_0}{m + l^2B^2C}\left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{1}{RC} + \frac{l^2B^2}{mr}\right)t\right]\right\}.$$

2. A beküldők majdnem fele energiamegmaradással számolt, elhagyva az R ellenálláson veszteségként keletkező Joule-hőt. Ezzel pont a feladat lényegét felejtették ki, így természetesen megoldásuk rossz.