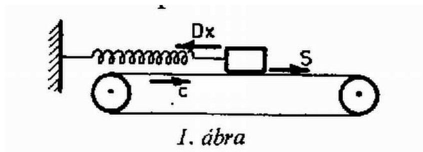
A szalagra helyezett testre vízszintes irányban két erő hat, a rugóerő és a mozgó szalag mentén a súrlódási erő. Ez utóbbi lehet csúszási és tapadási, attól függően, hogy a test sebessége megegyezik a szalagéval, vagy nem.

Tegyük fel, hogy van a mozgásnak olyan szakasza, amelyben a test sebessége egyenlő a szalagéval. Ekkor tehát a test egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, a rá ható erőket az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Mivel a test haladása közben a rugó egyre jobban megnyúlik, a testre ható rugóerő nő. Ennek ellensúlyozására a tapadási súrlódási erő is növekszik. Azonban ismert, hogy S nem haladhatja meg a $\mu_{\text{tap}}mg$ értéket. Az egyenletes mozgás tehát csak addig tart, amíg a rugóerő el nem éri a $\mu_{\text{tap}}mg$ értéket. Ekkor tehát a megnyúlás: $x = \mu_{\text{tap}} \cdot mg/D$, így $x = 1$ m. (A kitérés nullpontja a feszítetlen rugó vége.)

Ettől a pillanattól kezdve a test megcsúszik, és rá a szalag által állandó, $\mu_{\text{csúsz}}mg = 5$ N erő fog hatni. Ekkor tehát a test mozgásegyenlete:

$$m\ddot{x} = \mu_{\text{csúsz}}mg - Dx.$$

A mozgásegyenlet megoldása ismert: egy olyan harmonikus rezgőmozgás, amelynek egyensúlyi helyzete $y_0 = \mu_{\text{csúsz}}mg/D$-vel el van tolva nullához képest. Ekkor tehát a megoldás:

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi), \tag{1}$$

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

ahol y-t az egyensúlyi helyzethez képest számítjuk, $\omega = \sqrt{D/m} = \sqrt{10}\ \text{s}^{-1}$.

Legyen $t = 0$, amikor a test megcsúszik. A és φ meghatározásához azt használjuk fel, hogy $y(0)$ és $v(0)$ ismert. A (2) egyenletet az (1) egyenlettel elosztva kapjuk, hogy

$$v(t)/y(t) = \omega \cdot \text{ctg}(\omega t + \varphi).$$

A $t = 0$ pillanatban $v(0) = 1$ m/s, $y(0) = 0{,}5$ m. Ezt behelyettesítve:

$$\text{tg}\varphi = 0{,}5 \cdot \omega.$$

Az adatokat behelyettesítve és φ értékét (1)-be visszahelyettesítve kapjuk, hogy

$$\varphi = 1{,}01 \quad \text{(rad)},$$
$$A = 0{,}59\ \text{m}.$$

Ettől a ponttól tehát a harmonikus rezgőmozgást láthatjuk, amely egészen addig tart, amíg a test sebessége ismét 1 m/s lesz. Ekkor újra tapadni fog a szalagon, és egyenletesen mozog vele egészen az előbb meghatározott $x = 1$ m-ig. Mivel a rezgés szimmetrikus az $x = 0{,}5$ pontra, a tapadás az $x = 0$ pontban következik be.

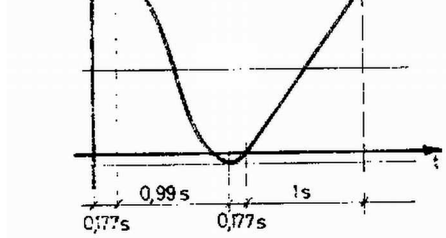
Meg kell még határozni az időviszonyokat. A harmonikus rezgés idejét a következőképp számíthatjuk ki. A kitérés maximális, ha

$$\sin(\omega t + \varphi) = 1.$$

Ebből

$$t = (\pi/2 - \varphi)/\omega = 0{,}177\ \text{s}.$$

Ennyi idő eltelte után egy teljes félperiódus lezajlik, amelynek ideje $\pi/\omega = 0{,}99$ s, majd ismét 0,177 s múlva kezdődik az egyenletes mozgás, amelynek ideje 1 s. Ennek alapján a rezgőmozgás karakterisztikája a 2. ábrán látható.



2. ábra

A teljes rezgés periódusideje:

$$T = 1\ \mathrm{s} + 2 \cdot 0{,}177\ \mathrm{s} + 0{,}99\ \mathrm{s} \approx 2{,}35\ \mathrm{s}.$$

Külön kell tárgyalni azt az esetet, amikor nem lép fel tapadás. Ez akkor lehetséges, ha a szalag sebessége minden pillanatban nagyobb a testénél. Ekkor a testre állandóan $F = \mu_{\text{csúsz}} \cdot mg - Dx$ erő hat. Így a mozgása tisztán harmonikus, amelynek periódusideje:

$$T = 2\pi/\omega = 1{,}99\ \mathrm{s}.$$

Ennek a mozgásnak a feltétele, hogy a rezgés amplitúdója ill. körfrekvenciája között fennálljon az $A \cdot \omega < c$ összefüggés. Ekkor

$$A < c \cdot \sqrt{m/D} = 0{,}32\mathrm{m},$$

tehát indításkor ennél jobban nem szabad kinyújtani a rugót.

Németh István (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)