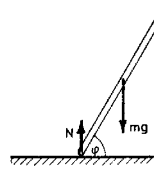
A mozgás során a rúdra két erő hat: az mg gravitációs erő és az N nyomóerő (1.ábra).



1. ábra

Ha a rúd elválik az asztaltól, akkor az elválás pillanatában a rá ható nyomóerő nulla. Tehát azt kell megvizsgálni, hogy a mozgás folyamán lesz-e olyan pillanat, amikor az N nyomóerő nulla.

A rúd mozgása összetehető a tömegközéppont haladó mozgásából és a tömegközéppont körüli forgásból. Legyen a haladó mozgás gyorsulása a, a tömegközéppont körüli forgás szöggyorsulása β.

A haladó mozgás egyenlete:

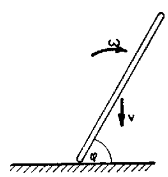
(1) $$mg - N = ma,$$

A forgó mozgás egyenlete:

(2) $$N \cdot \frac{L}{2}\cos\varphi = \Theta\beta = frac112mL^2\beta,$$

ahol L a rúd hossza, Θ a tömegközéppontra vonatkoztatott tehetetlenségi momentuma.

Mivel nincs súrlódás, mechanikai energia nem vész el. Legyen v a haladó mozgás sebessége, ω pedig a középpont körüli forgás szögsebessége (2. ábra).



2. ábra

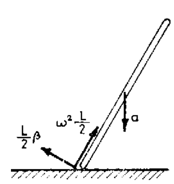
Ekkor az energiaegyenlet:

(3) $$mg\frac{L}{2}(1-\sin\varphi) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{24}mL^2\omega^2.$$

Amíg a rúd nem válik el az asztaltól, addig az asztallal érintkező pontjának csak vízszintes sebessége és gyorsulása lehet. A sebessége egyrészt a haladó mozgás v sebessége lefelé, másrészt a tömegközéppont körüli forgás kerületi sebessége a rúdra merőlegesen. Mivel az eredő függőleges komponense nulla, ezért

(4) $$v = \omega\frac{L}{2}\cos\varphi.$$

A rúd asztallal érintkező pontjának gyorsulása a haladó mozgás a gyorsulása lefelé, a rúdirányú centripetális gyorsulás és a rúdra merőleges tangenciális gyorsulás (3. ábra).



3. ábra

Mivel az eredő függőleges komponense nulla, ezért

(5) $$\omega^2\frac{L}{2}\sin\varphi + \frac{L}{2}\beta\cos\varphi = a.$$

A (3)–(4) egyenletekből ω-t kifejezve:

(6) $$\omega^2 = \frac{g}{L}\frac{12(1-\sin\varphi)}{3\cos^2\varphi + 1}.$$

A (2) egyenletből

$$\beta = \frac{6N\cos\varphi}{mL}. \tag{7}$$

Az (1) egyenletből

$$a = g - \frac{N}{m}. \tag{8}$$

A (6), (7), (8) egyenleteket (5)-be helyettesítve és rendezve kapjuk, hogy

$$N = mg\frac{3\sin^2\varphi - 6\sin\varphi + 4}{(3\cos^2\varphi + 1)^2}. \tag{9}$$

N akkor válna nullává, ha a számlálóban szereplő kifejezés nulla lenne. Ez $\sin\varphi$-re egy másodfokú egyenlet, amelynek diszkriminánsa negatív, tehát a kifejezés sosem lesz nulla, így N sem, tehát a rúd nem válik el az asztaltól.

Csonka Gábor (Budapest, Könyves K. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján