

I. megoldás. Mivel a tartályt könnyen mozgó dugattyú zárja el a külvilágtól, a bent lévő anyag nyomása mindvégig azonos lesz a külső légnyomással ($p = 10^5$ Pa). A kezdeti hőmérséklet $T_0 = 373$ K éppen a víz forráspontja, így hőközlés hatására először a víz kezd forrni. Amíg az összes víz el nem forrt, a tartályban a hőmérséklet nem változik. Meg kell tehát vizsgálni, elegendő-e a közölt hő ahhoz, hogy az összes víz elforrjon. A víz tömege $m_v = 18$ g, forráshője $L_v = 2,256 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$, így az összes víz elforrásához $Q_f = L_v m_v = 40,6$ kJ hő szükséges. Mivel $Q = 66$ kJ hőt közlünk, az összes víz elforr. Ezután a tartályban már csak nitrogén gáz és vízgőz van. További hőközlés hatására a gázok állandó nyomáson tágulnak.

A víz tömege $m_v = 18$ g, moláris tömege $M_v = 18$ g/mol, így

$$n_v = \frac{m_v}{M_v} = 1 \text{ mol.}$$

A nitrogén mennyiségét kiszámolhatjuk, hiszen a kezdeti $p = 10^5$ Pa, $T_0 = 373$ K állapotban térfogata $V_0 = 100 \text{ dm}^3 = 0,1 \text{ m}^3$. (A folyékony víz térfogata ehhez képest elhanyagolható).

$$pV_0 = n_n RT_0 \quad \text{alapján} \quad n_n = \frac{pV_0}{RT_0} = 3,225 \text{ mol.}$$

Az $M_n = 28$ g/mol moláris tömeg felhasználásával $m_n = 90,3$ g. (Az univerzális gázállandó $R = 8,314 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$.)

Így felírhatjuk:

$$Q = Q_f + c_{pn} \cdot m_n \cdot \Delta T + c_{pv} \cdot m_v \cdot \Delta T, \quad \text{ahol}$$

$c_{pn} = 1,038 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$ és $c_{pv} = 1,846 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$ a két gáz állandó nyomás mellett mért fajhője, ΔT pedig a víz teljes elforrása utáni további hőközlés hatására történő hőmérsékletváltozás. Nagysága

$$\Delta T = \frac{Q - Q_f}{c_{pn} \cdot m_n + c_{pv} \cdot m_v} = \frac{25,4 \cdot 10^3 \text{ J}}{127 \text{ J/K}} = 200 \text{ K.}$$

Így a tartályban lévő anyag a kezdeti $T_0 = 373$ K hőmérsékletről a folyamat végére

$$T_1 = T_0 + \Delta T = 573 \text{ K}$$

hőmérsékletre melegszik.

A folyamat végén a bezárt gáz térfogata:

$$V = \frac{(n_n + n_v)RT_1}{p} = 0,201 \text{ m}^3.$$

A rendszer teljes térfogatváltozása az egész folyamat során

$$\Delta V = V - V_0 = 0,101 \text{ m}^3,$$

így a teljes tágulási munka:

$$W = p\Delta V = 10,1 \text{ kJ.}$$

Káldy Zsuzsa (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Az első megoldás szerint eljutunk oda, hogy $\Delta T = 200$ K.

A tartályban lévő anyagok által végzett tágulási munka három részből tevődik össze: a víz elforrásakor végzett W_f munkából, valamint a forrás befejeződése után a két gáz W_n és W_v tágulási munkájából.

$$W_f = p(V_2 - V_1),$$

ahol $V_1 = \frac{m}{\rho} = 18 \text{ cm}^3 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ a folyékony víz térfogata forrás előtt, míg V_2 a vízgőz térfogata a forrás befejeződése után (ekkor $p = 10^5$ Pa, $T_0 = 373$ K). $pV_2 = n_v RT_0$ alapján $V_2 = 3,1011 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$. Így

$$W_f = p(V_2 - V_1) = 3,0993 \cdot 10^3 \text{ J} \approx 3,1 \text{ kJ.}$$

A forrás utáni tágulási munkák kiszámításához fel kell írni az első főtételt: $\Delta E = Q + W$, ahol Q a rendszerrel közölt hő, W a rendszeren végzett munka. A tartályban lévő gáz munkája esetünkben

$$W' = -W = Q - \Delta E = C_p \cdot n \cdot \Delta T - C_v \cdot n \cdot \Delta T = (C_p - C_v)n \cdot \Delta T = R \cdot n \cdot \Delta T,$$

hiszen az állandó nyomáson és állandó térfogaton mért molhők különbsége éppen a gázállandó. Így

$$W_n = R \cdot n_n \cdot \Delta T = 5363 \text{ J} \quad \text{és}$$

$$W_v = R \cdot n_v \cdot \Delta T = 1663 \text{ J}.$$

Tehát a bezárt gáz összes munkája

$$W = W_f + W_n + W_v = 3099 \text{ J} + 5363 \text{ J} + 1663 \text{ J} \approx 10125 \text{ J} \approx 10,1 \text{ kJ}.$$

Lipthay Tamás (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A feladat szövege a tartályban lévő gáz tágulási munkáját kérdezte. Több megoldónk ezt $W_n + W_v$ -vel vette azonosnak, W_f -et elhagyva. Ez nem helyes, hiszen a víz egy kicsiny részének elforrásakor egy pillanatra megnő a bezárt gáz nyomása, és a gáz ezért nyomja kifelé a dugattyút. Tehát W_f is része a gáz munkájának. (Felfogható úgy, hogy a forráskor frissen keletkező vízgőz tágul ilyenkor a külső nyomás által meghatározott térfogatra.)

2. A 2. megoldást egyszerűbben is befejezhetjük. A forrás után a gázkeverékre érvényes az általános gáztörvény:

$$pV = (n_n + n_v) \cdot R \cdot T.$$

A gázkeverék tágulási munkája:

$$p \cdot \Delta V = (n_n + n_v) \cdot R \cdot \Delta T,$$

mert forrás után a molszámok már nem változnak.