A foton energiája és hullámhossza közötti összefüggés:

$$E = h \cdot f, \tag{1}$$

ahol h a Planck-állandó, f a foton frekvenciája. Továbbá

$$c = \lambda f, \tag{2}$$

ahol c a fénysebesség, λ a hullámhossz. Az (1)–(2) összefüggésekből

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 2{,}5 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}. \tag{3}$$

A foton és az elektron ütközése során teljesül a lendület és az energia megmaradásának tétele. Így – ha m az elektron tömege, v az ütközés utáni sebessége, E' a foton ütközés utáni energiája – akkor az energiatétel:

$$E = E' + \frac{1}{2}mv^2. \tag{4}$$

De Broglie összefüggése szerint egy részecske lendülete és hullámhossza közti összefüggés:

$$p\lambda = h. \tag{5}$$

Felhasználva, hogy egy foton energiája és lendülete között fennáll a

$$p = \frac{E}{c} \tag{6}$$

összefüggés, a lendületmegmaradás egyenlete:

$$\frac{E}{c} = mv - \frac{E'}{c}. \tag{7}$$

A (4)–(7) egyenletekből

$$2E = mvc\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v}{c}\right). \tag{8}$$

Ha $v \ll c$ (ezt eleve feltételeztük, amikor az elektron energiáját klasszikusan számoltuk), akkor

$$v = \frac{2E}{mc} = 5{,}8 \cdot 10^6\ \mathrm{m/s}. \tag{9}$$

A relatív hullámhosszváltozás

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E}}{\frac{hc}{E}} = \frac{E - E'}{E'} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{E'} = 1{,}87\,\%. \tag{10}$$

Megjegyzés. Mivel v értéke, $5{,}8 \cdot 10^6$ m/s jóval kisebb a fénysebességnél, így jogos volt a klasszikus képletekkel számolnunk. Relativisztikusan számolva az egyenletek:

$$m_e c^2 + hf = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + hf', \tag{11}$$

$$\frac{hf}{c} = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{hf'}{c}. \tag{12}$$

A feladat az ún. Compton-effektus speciális esete, amelynek leírása megtalálható pl. *Holics L.:* Fizika II. kötetének 975. oldalán.