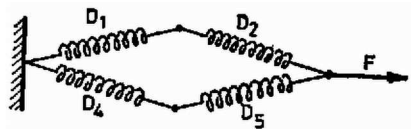
I. megoldás. Tekintsünk olyan rugókat, amelyek eredeti hossza akkora, hogy az $F=0$ esetben mindegyikük külön-külön is feszültségmentes, valamint elegendően vékonyak és hosszúak, hogy az általuk kifejtett erőket párhuzamosnak tekinthessük; ezenkívül eltekintünk a rugók esetleges oldalirányú elmozdulásaitól.



Képzeletben távolítsuk el a (3) rugót! Ez az elrendezés az ábrán látható. Ha két egymás után kapcsolt rugóra F erő hat, az eredő direkciós erő:

$$D=\frac{F}{x}=\frac{F}{x_1+x_2}=\frac{F}{\dfrac{F}{D_1}+\dfrac{F}{D_2}}=\frac{1}{\dfrac{1}{D_1}+\dfrac{1}{D_2}}.$$

ahol x_i az i-edik rugó megnyúlása. Az 1. ábra felső, ill. alsó rugóinak direkciós ereje innen:

$$D_{\text{felső}}=\frac{24}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}},\quad \text{illetve}\quad D_{\text{alsó}}=\frac{120}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Legyen az egész rendszer megnyúlása x! Az egyes ágakban ébredő erők:

$$F_{\text{felső}}=D_{\text{felső}}x=\frac{24}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot x;\quad \text{illetve}\quad F_{\text{alsó}}=\frac{120}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot x.$$

Tekintsük most csak az (1), illetve a (4) rugó megnyúlását! A sorba kapcsolt rugók mindegyikében azonos erő ébred, így az (1)-re $F_{\text{felső}}$, a (4)-re $F_{\text{alsó}}$ erő hat.

$$x_1=\frac{F_{\text{felső}}}{D_1}=\frac{8}{11}\,x,\quad x_4=\frac{F_{\text{alsó}}}{D_4}=\frac{8}{11}\,x.$$

Mivel $x_1=x_4$, ezért ha a (3) rugó kezdetben feszültségmentes állapotban volt, akkor a rendszer megnyúlása esetén sem ébred erő benne. A fentieket figyelembe véve az eredő direkciós erő:

$$D=\frac{F_{\text{eredő}}}{x}=\frac{F_{\text{felső}}+F_{\text{alsó}}}{x}=\frac{\dfrac{24}{11}\dfrac{\text{N}}{\text{m}}\cdot x+\dfrac{120}{11}\dfrac{\text{N}}{\text{m}}\cdot x}{x}=\frac{144}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}}\approx 13,1\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Fedorcsák Péter (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., II. o .t.)

II. megoldás. Tegyük fel, hogy a rugók az előző megoldásban leírt tulajdonságokkal rendelkeznek. A rendszer F erő hatására nyúljon meg x-szel, az i-edik rugó $(i=1,\dots,5)$ x_i-vel.

Ekkor az erők egyensúlyából a rugótörvény segítségével, illetve geometriai megfontolások alapján a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned}
x&=x_1+x_2;\\
x&=x_4+x_5;\\
x_3&=x_4-x_1;\\
D_1\ x_1&=D_2\ x_2+D_3\ x_3\\
D_5\ x_5&=D_3\ x_3+D_4\ x_4\\
F&=D_2\ x_2+D_5\ x_5.
\end{aligned}$$

Az egyenletrendszerből az ismeretlenek fokozatos kiküszöbölésével $D_{\text{eredő}}=\dfrac{F}{x}$ meghatározható:

$$D_{\text{eredő}}=D_1D_2D_3D_4D_5\frac{\left(\dfrac{1}{D_1}+\dfrac{1}{D_4}\right)\left(\dfrac{1}{D_2}+\dfrac{1}{D_5}\right)+\dfrac{1}{D_3}\left(\dfrac{1}{D_1}+\dfrac{1}{D_2}+\dfrac{1}{D_4}+\dfrac{1}{D_5}\right)}{(D_1+D_2)(D_4+D_5)+D_3(D_1+D_2+D_4+D_5)},$$

azaz

$$D_{\text{eredő}}=\frac{144}{11}\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Vass Gergely (Sopron, Széchenyi I. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Belátható, hogy az eredő direkciós erő akkor is ennyi, ha az $F=0$ helyzetben a rugók külön-külön nem feszültségmentesek.