Az r_1 és r_2 sugarú szappanbuborék a belsejében N_1, illetve N_2 részecskéből álló, ideálisnak tekinthető gázt tartalmaz, amelynek nyomása p_1, illetve p_2. Az állapotegyenlet szerint

(1a, 1b) $$p_1 \cdot \frac{4\pi}{3} r_1^3 = N_1 kT, \quad p_2 \cdot \frac{4\pi}{3} r_2^3 = N_2 kT,$$

ahol T a gáz (közös) hőmérséklete, k a Boltzmann-állandó. A buborék belsejében uralkodó nyomás az alábbi egyensúlyi feltételekből határozható meg:

(2a, 2b) $$p_1 = p_0 + \frac{4\alpha}{r_1}, \quad p_2 = p_0 + \frac{4\alpha}{r_2},$$

Itt $\frac{4\alpha}{r_i}$ $(i = 1{,}2)$ a két szabad felülettel rendelkező buborék görbületi (Laplace) nyomása.

Legyen az egyesülés során keletkező új buborék sugara r, a bezárt gáz nyomása p. Ekkor a fenti meggondolás szerint:

(3a, 3b) $$p \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 = NkT, \quad p = p_0 + \frac{4\alpha}{r},$$

ahol nyilván

(4) $$N = N_1 + N_2$$

a tömegmegmaradás miatt. A (2a), (2b), (3b) egyensúlyi feltételeket az (1a), (1b), (3a) állapotegyenletekbe helyettesítve (4) felhasználásával azt kapjuk, hogy

(5) $$\left(p_0 + \frac{4\alpha}{r}\right) r^3 = \left(p_0 + \frac{4\alpha}{r_1}\right) r_1^3 + \left(p_0 + \frac{4\alpha}{r_2}\right) r_2^3,$$

amely a keletkező buborék ismeretlen r sugarára nézve harmadfokú egyenlet. Ez a Cardano-képlet segítségével, vagy számszerű adatok ismeretében numerikus módszerekkel megoldható. Most csak két határesetet vizsgálunk meg:

I. A víz–levegő határfelületi feszültsége szobahőmérsékleten $\alpha = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ N/m és szokványos körülmények között $p_0 = 10^5\,\mathrm{N/m^2}$. Ezért $r \gg \frac{4\alpha}{p_0} \approx 3$ μm, vagyis makroszkopikus buborékok esetén a felületi feszültségből származó görbületi nyomás elhanyagolható a külső nyomás mellett (a buborék belsejében gyakorlatilag nincs „túlnyomás”). Ekkor (5) az

$$r^3 = r_1^3 + r_2^3$$

alakra egyszerűsödik, vagyis a térfogatok összeadódnak.

II. Ha a buborékok egyesülése pl. vákuumban megy végbe, előállhat az előző eset fordítottja makroszkopikus buborékméret esetén is:

$$\frac{4\alpha}{r_i} \gg p_0 \quad (i = 1,\ 2).$$

Ekkor ugyancsak (5) alapján

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2,$$

azaz a buborékok összfelülete az egyesülés során változatlan.

Szekeres Tamás (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)