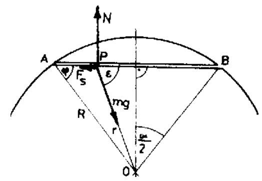
Először határozzuk meg a nehézségi erő értékét a bolygó belsejében. Ahogy az elektrosztatikában a Coulomb törvényből levezethető a Gauss törvény és viszont, úgy a tömegvonzás törvényét is átfogalmazhatjuk. Válasszunk egy r sugarú, a bolygóval koncentrikus gömböt. A gömböt elhagyó gravitációs fluxus arányos a gömbbe zárt tömeggel, azaz r^3-nel (itt kihasználtuk, hogy a bolygó sűrűsége állandó). A fluxus egyenletesen oszlik el a gömbfelületen, ami r^2-nel arányos.



A térerősség tehát $\dfrac{r^3}{r^2} = r$-rel arányos, vagyis lineárisan függ a távolságtól:

(1) $$g(r) = \frac{r}{R} g_0.$$

Az alagútban mozgó testre ható súrlódási erő az ábra alapján:

(2) $$F_s = \mu N = \mu m g(r) \sin\varepsilon.$$

Írjuk fel a szinusztételt az OAP háromszögre:

(3) $$\frac{\sin\varepsilon}{\sin\varphi} = \frac{R}{r},$$

ahol $\varphi = \dfrac{\pi - \alpha}{2}$, így $\sin\varphi = \cos\dfrac{\alpha}{2}$. A három egyenlet egybevetéséből a súrlódási erő,

$$F_s = \mu m \frac{r}{R} g_0 \cdot \frac{R}{r} \cos\frac{\alpha}{2} = \mu m g_0 \cos\frac{\alpha}{2},$$

ami a test helyzetétől függetlenül állandó.

Mivel az alagút két végén a gravitációs potenciál megegyezik, a súrlódási erő munkája a kezdeti mozgási energiával egyezik meg, vagy kisebb annál:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 \geq F_s \cdot 2R \sin\frac{\alpha}{2},$$

ahonnan az átjutás feltétele:

$$v_0 \geq \sqrt{2R\mu g_0 \sin\alpha}.$$

Peták Attila (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimn., III. o. t.)