

Tegyük fel, hogy a súrlódási erők elhanyagolhatók!

Stabil egyensúly esetén a pohárra és a golyókra ható erők eredője zérus, másrészt a pohárra kifejtett forgatónyomaték eredő hatása olyan, hogy az egyensúlyi helyzetéből kibillent poharat visszatéríti az eredeti helyzetébe.

Az 1. ábrán berajzoltuk a pohárra, illetve a golyókra ható erőket abban az esetben, amikor a pohár éppen a kibillenés határán van. (Ekkor már csak az  $O$  ponton nyomja a talajt.)

1988-05-235-1.eps

1. ábra

Írjuk fel a felső golyóra ható vízszintes és függőleges erők egyensúlyát meghatározó egyenleteket!

$$(1) \quad N_1 = K \cdot \cos \alpha,$$

$$(2) \quad mg = K \cdot \sin \alpha.$$

Mivel a pohár is egyensúlyban van,

$$(3) \quad N_2 = N_1.$$

A pohár súlypontja a szimmetriatengelyén van (mindenütt azonos vastagságú a pohár), ezért a súlyának az  $O$  pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka  $MgR$ . Az  $N_1$  erő támadáspontja az  $O$  ponttól

$$(4) \quad l = r + 2r \sin \alpha$$

távolságban van. A pohár akkor billen vissza egyensúlyi helyzetébe, ha a pohárra ható erők eredő forgatónyomatéka a kibillenéssel ellentétes irányú:

$$(5) \quad N_1 \cdot l \leq MgR + N_2 \cdot r.$$

Az ábráról leolvasható, hogy

$$(6) \quad 2r + 2r \cos \alpha = 2R.$$

Az (1) és (6) egyenleteket felhasználva a pohár egyensúlyának feltétele:

$$(7) \quad \frac{r}{R} \geq 1 - \frac{M}{2m}.$$

Ugyanakkor mindkét golyó nekitámaszkodik a pohárnak:

$$\frac{r}{R} > \frac{1}{2}.$$

A két egyenlőtlenséget összefoglalva a stabil egyensúly feltételét az alábbi módon adhatjuk meg:

a) Ha  $M < m$  és  $\frac{r}{R} \geq 1 - \frac{M}{2m}$ , akkora pohár nem borul fel.

b) Ha  $M \geq m$ , akkor a (7) feltétel mindig teljesül, így ebben az esetben a pohár nem borulhat fel.

Boda Imre (Kaposvár, Tánicsics M. Gimn., III. o. t.)

*Megjegyzés.* A feladat megoldásánál feltételeztük, hogy a pohár  $h$  magassága elég nagy ahhoz, hogy a két golyó beférjen.  $h \geq 2r + 2r \cdot \sin \alpha = 2(r + \sqrt{R(2r - R)})$ . Ellenkező esetben a 2. ábrának megfelelő elrendezés stabilitási feltételét kellene vizsgálni.

1988-05-236-1.eps

2. ábra

Ezt részben Pollner László végezte el. Ekkor a súrlódási erők lényeges szerepet játszhatnak, így a feladat bonyolultabbá válik.