I. megoldás. Jelöljük a nagyobb henger tömegét M-mel, a kisebbét pedig m-mel. Abban a pillanatban, amikor a nagyobb henger éppen megemelkedik, az *1. ábrán* látható α szögre

$$\cos\alpha = \frac{R-r}{R+r} = \frac{D-d}{D+d} \tag{1}$$

teljesül.

1988-04-181-2.eps

1. ábra

1988-04-181-3.eps

2. ábra

A testekre ható erőket a *2. ábrán* tüntettük föl. A nagyobb hengerre ható erők egyensúlyi feltétele

$$Mg - K\cos\alpha - S\sin\alpha = 0, \tag{2}$$

$$F - K\sin\alpha + S\cos\alpha = 0, \tag{3}$$

továbbá a forgatónyomatékok egyensúlyából

$$F\cdot R - S\cdot R = 0. \tag{4}$$

A fenti egyenletrendszerből

$$K = Mg \quad \text{és}$$

$$S = F = Mg\,\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = Mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$$

adódik. A két henger akkor nem csúszik meg egymáson, ha az S tapadó súrlódási erő nem haladja meg a felületeket összeszorító K erő μ-szörösét, vagyis ha

$$\frac{S}{K} = \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} < \mu. \tag{5}$$

Amennyiben ez a feltétel a kezdeti – tehát a legnagyobb – α szögre teljesül, úgy a lassú, óvatos (lényegében egyensúlyi helyzeteken keresztül megvalósuló) áthúzás későbbi pillanataiban is fenn fog állni. A csúszásmentes átgördülés feltétele tehát (1) és (5) összevetéséből

$$\mu > \sqrt{\frac{d}{D}}. \tag{6}$$

Amennyiben a kis henger rögzített, ez a feltétel elegendő a nagy henger óvatos átemeléséhez. Természetesen a mozgás során mindig az α szög pillanatnyi értékének megfelelő

$$F(x) = Mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} \tag{7}$$

húzóerőt kell kifejtenünk. Ennek legnagyobb értéke a kezdeti helyzethez tartozó

$$F_{\max} = Mg\sqrt{\frac{d}{D}}. \tag{8}$$

Ha a kis henger is elfordulhat, illetve elcsúszhat, akkor annak egyensúlyi feltételeit is meg kell vizsgálnunk. A *2. ábra* jelöléseivel

$$K\cos\alpha + S\sin\alpha - N = 0, \tag{9}$$

$$K\sin\alpha - S\cos\alpha - S' = 0, \tag{10}$$

$$Sr - S'r = 0. \tag{11}$$

Ezekből, továbbá a korábbi összefüggésekből az

$$S' = S = Mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}, \tag{12}$$

$$N = Mg + mg \tag{13}$$

eredmény adódik. Tekintettel arra, hogy $m > 0$,

$$\frac{S'}{N} = \frac{M}{M+m}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} < \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} < \mu,$$

a kis henger tehát biztosan nem fog megcsúszni, ha a két henger egymáson nem csúszik el.

II. megoldás. Szerkesszük meg Mg-ből kiindulva az egyensúlyi elrendezéshez tartozó erőket!

1988-04-183-1.eps

3. ábra

Az Mg és az F erő eredőjének a hengerek B érintkezési pontja felé kell mutatnia, ellenkező esetben ugyanis a nagy henger elfordulna B körül. Innen rögtön adódik, hogy

F=Mg tg$\alpha\frac{}{2.}$

(Felhasználtuk, hogy az ABO háromszög egyenlő szárú.) A hengerek biztosan nem csúsznak meg egymáson, ha a B pontban ható erőnek és a felületekre merőleges egyenesnek a szöge kisebb, mint a μ súrlódási együtthatóhoz tartozó határszög:

$$\frac{\alpha}{2} < \mathrm{arc\,tg}\,\mu,$$

azaz

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} < \mu.$$

Ez a feltétel egyúttal a kis henger stabilitását is biztosítja, hiszen az ABO és a CBP háromszögek hasonlóak, így a nagy henger által a kisebb hengerre kifejtett erő hatásvonala átmegy C-n, s ehhez az erőhöz az mg erőt is hozzáadva az eredőnek a függőlegessel bezárt β szöge biztosan kisebb, mint $\alpha/2$.

Megjegyzések. 1. Belátható, hogy a *b)* esetben az egyensúlyi helyzetnek megfelelő nagyságú F erő esetén a rendszer a tiszta gördülésre nézve nem instabil, hanem közömbös.

2. A nagyobb henger nem csak egyensúlyi helyzetek sorozatán keresztül emelhető át az akadályon, hanem pl. egy hirtelen rántással is; ezek vizsgálata azonban lényegesen bonyolultabb feladat lenne.