

A kezdeti állapotban az O pontra felírva a forgatónyomatékok egyensúlyát, meghatározhatjuk az alumíniumrész l_{Al} hosszát:

$$(1) \quad \rho_{Cu} \cdot A \cdot l_{Cu} \cdot g \cdot \frac{l_{Cu}}{2} = \rho_{Al} \cdot A \cdot l_{Al} \cdot g \cdot \frac{l_{Al}}{2},$$

ahol l_{Cu} a réz hossza, ρ_{Cu} és ρ_{Al} a fémek sűrűsége, A a rúd keresztmetszete, g pedig a nehézségi gyorsulás. Innen

$$l_{Al} = l_{Cu} \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = 54,7 \text{ cm.}$$

1988-10-329-1.eps

A hőmérsékletváltozás hatására eltolódik a tömegközéppont, a rúd elgördül a hengeren, az elgördülés ívhossza $\beta \cdot R$ (ld. az ábrát). Éppen mielőtt a rúd megcsúszna, a tapadási súrlódási erő a maximális, az

$$(2) \quad F_S = \mu \cdot N$$

értéket veszi fel. Fennáll továbbá, hogy a súrlódási erő, a henger és a rúd közt fellépő nyomóerő és a nehézségi erő eredője nulla, ahonnan:

$$(3) \quad F_s = \text{tg } \beta \cdot N.$$

A (2) és a (3) egyenlet összevetéséből:

$$\text{tg } \beta = \mu.$$

A súlypont eltolódás mértéke d . Az ábrán látható trapézból d meghatározható:

$$\beta R = d + \frac{a}{2} \text{tg } \beta,$$

$$d = \beta R - \frac{a}{2} \mu = 0,149 \text{ cm,}$$

ahol a a rúd vastagsága.

Az utolsó lépés: a forgatónyomatékok új egyensúlyát felírva meghatározzuk, mekkora hőmérsékletváltozás hatására tolik el a súlypont ilyen mértékben.

$$\left(\frac{l'_{Cu}}{2} + d \right) \cdot g \cdot \rho_{Cu} \cdot A \cdot l_{Cu} = \left(\frac{l'_{Al}}{2} - d \right) \cdot g \cdot \rho_{Al} \cdot A \cdot l_{Al}.$$

Átrendezve

$$(4) \quad 2d(\rho_{Cu}l_{Cu} + \rho_{Al}l_{Al}) = l'_{Al}\rho_{Al}l_{Al} - l'_{Cu}\rho_{Cu}l_{Cu}.$$

A lineáris hőtágulási összefüggés segítségével kifejezhetjük a vesszős értékeket:

$$(5) \quad \begin{aligned} l'_{Al} &= l_{Al}(1 + \alpha_{Al}\Delta T), \\ l'_{Cu} &= l_{Cu}(1 + \alpha_{Cu}\Delta T). \end{aligned}$$

A (4), (5) és az (1) összefüggést felhasználva a hőmérsékletváltozás végül:

$$\Delta T = \frac{2d}{\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}} \cdot \left(\frac{1}{l_{Al}} + \frac{1}{l_{Cu}} \right) = 2000 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Ekkora hőmérsékleten, szobahőmérsékletről indulva a lineáris hőtágulás már nem igaz, sőt, a réz is és az alumínium is megolvad. Ennek az eredménynek tehát az az értelmezése, hogy melegítés hatására nem csúszhat meg a rúd.

Molnár Vajk (Nyíregyháza, Krúdy Gy. Gimn., II. o. t.)