A lejtőn súrlódással lecsúszó test gyorsulása: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, ahol α a lejtő szöge. A lecsúszás ideje:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}}\,,$$

ahol

$$l = \frac{d}{\cos\alpha}$$

a lejtő hossza, így az idő

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}.$$

Ennek értéke α függvényében akkor minimális, ha $g(\alpha) \equiv \cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ értéke maximális. Mivel

$$g(\alpha) = \cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha - \mu) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \mu}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}\,,$$

tulajdonképpen az $f(x) \equiv \dfrac{x-\mu}{1+x^2}$ függvény maximumát kell megkeresnünk. (Kihasználtuk, hogy az $x = \operatorname{tg}\alpha$ függvény szigorúan monoton növekvő a $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ intervallumban.)

Vezessük be az $x = \mu + y$ jelölést, ezzel

$$\frac{x-\mu}{1+x^2} = \frac{y}{1+y^2+2\mu y+\mu^2} = \frac{1}{2\mu + \dfrac{1+\mu^2}{y} + y}.$$

Ennek a függvénynek ott van a maximuma, ahol a nevezőben szereplő $y + \dfrac{1+\mu^2}{y}$ kifejezés minimális, vagyis $y = \sqrt{1+\mu^2}$ értéknél (ld. a számtani és a mértani középre vonatkozó $c/y + y \geqq 2 \cdot \sqrt{\dfrac{c}{y} \cdot y} = 2\sqrt{c}$ egyenlőtlenséget).

Így tehát a legrövidebb lecsúszási időt azon α szögnél kapjuk, melyre

$$\operatorname{tg}\alpha = \mu + \sqrt{1+\mu^2},$$

vagyis amikor a lejtő magassága

$$h = d \cdot (\mu + \sqrt{1+\mu^2}).$$

Csordás Zoltán Mihály (Esztergom, Dobó K. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján