

Jelöljük a körben folyó áramot és az egyes kondenzátorlemezekben levő töltést az ábrán látható módon!

1987-05-236-1.eps

Kezdetben $Q_1 = q$, $Q_2 = 0$ és $I = 0$. A két kondenzátor közös elektródáján az össztöltés kezdetben $-q$, s ez a későbbiekben sem változhat meg, tehát fenn kell állnia minden pillanatban a

$$Q_1(t) + Q_2(t) = q$$

összefüggésnek.

Az áram irányában haladva a tekercsen, illetve a kondenzátorokon $-L_0 \frac{dI(t)}{dt}$, $-\frac{Q_2(t)}{C}$ és $+\frac{Q_1(t)}{C}$ feszültséget mérhetünk; ezek összege Kirchhoff törvénye szerint nulla kell legyen:

$$-L_0 \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q_1 - Q_2}{C} = 0.$$

Kihasználva a töltések közti kapcsolatot, továbbá az

$$I(t) = \frac{dQ_1(t)}{dt}$$

összefüggést, a $Q_1(t)$ függvényre a

$$Q_1(t) - q/2 = -\frac{LC}{2}$$

$1(t)$

egyenletet kapjuk (\ddot{Q}_1 az idő szerinti második deriváltat jelöli).

Vegyük észre a hasonlóságot a fenti egyenlet és a rezgőmozgás differenciál-egyenlete között! Az analógia alapján (mivel $Q = q/2$ felel meg az egyensúlyi, gyorsulásmentes helyzetnek, $\omega = \sqrt{2/(LC)}$ pedig a körfrekvenciának) a megoldás:

$$Q_1(t) = \frac{q}{2} + A \cdot \cos(\omega t + \varphi).$$

A kezdeti feltételek szerint $Q_1(0) = q$ és $I(0) = 0$, ahonnan a rezgés amplitudójára $A = q/2$, fázisára pedig $\varphi = 0$ adódik. Így tehát az egyes mennyiségek időfüggése:

$$Q_1(t) = \frac{q}{2}(1 + \cos \omega t),$$

$$Q_2(t) = \frac{q}{2}(1 - \cos \omega t),$$

$$I(t) = \frac{q}{2} \cdot \omega \cdot \sin \omega t.$$