

I. megoldás: Jelöljük az m_1 tömegű test sebességét v_1 -gyel, az m_2 tömegű test sebességét pedig v_2 -vel. Az eredetileg álló m_2 -höz rögzített vonatkoztatási rendszerben legyen a sebesség pozitív, ha jobbra mozog a test, a balra mozgóké pedig negatív. A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_0,$$

ahonnan az m_2 tömegű test pillanatnyi sebessége

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2}(v_0 - v_1).$$

Ez a sebesség nem lehet negatív, hiszen $v_2 < 0$ csak $v_0 < v_1$ esetben állhatna fenn, ekkor viszont az energiamegmaradással lenne baj (az m_1 tömegű test mozgási energiája nagyobb lenne, mint az ütközés előtt rendelkezésre álló összes energia). Tehát az m_2 tömegű test sebessége a mozgás során sohasem lehet ellentétes irányú v_0 -lal.

II. megoldás: Vizsgáljuk a két test mozgását a tömegközépponti rendszerükben! A tömegközéppont sebessége a lendületmegmaradás törvényéből határozható meg:

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_0.$$

Ebben a rendszerben az összeütközés előtt a testek sebessége:

$$v_1 = v_0 - V, \quad \text{illetve} \quad v_2 = -V.$$

Az ütközést követően m_1 „ráragad” a rugóra, s a továbbiakban a két test azonos frekvenciájú, de ellentétes fázisú harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgés körfrekvenciája

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1} + \frac{D}{m_2}} \quad (D \text{ a rugóállandó}).$$

A testek sebessége akkor a legnagyobb, amikor a rugó nyújtatlan állapotban van:

$$v_1^{\max} = v_0 - V, \quad \text{illetve} \quad v_2^{\max} = -V \quad \text{közeledéskor,}$$

$$v_1^{\max} = -v_0 + V \quad \text{és} \quad v_2^{\max} = V \quad \text{távolodáskor.}$$

Ugyanezen sebességek az asztalhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben:

$$v_1^{\max} = v_0 \quad \text{és} \quad v_2^{\max} = 0 \quad \text{közeledéskor,}$$

$$v_1^{\max} = -v_0 + 2V \quad \text{és} \quad v_2^{\max} = 2V \quad \text{távolodáskor.}$$

A lendületmegmaradás tétele alapján a két sebesség között mindenkor lineáris összefüggés áll fenn:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2}(v_0 - v_1).$$

Az I. megoldásban láttuk, hogy v_2 sohasem negatív. Az m_1 tömegű test azonban mozoghat v_0 -lal ellentétes irányban: $v_0 < 0$ fennállhat, ha $-v_0 + 2 \cdot V < 0$. Ez utóbbinak viszont az a feltétele, hogy $m_1 < m_2$ teljesüljön.

Megjegyzés: A feladat nem pontosan a kitűző eredeti megfogalmazásában került közlésre. Ő arra lett volna kíváncsi, vannak-e olyan pillanatok, amikor a két test ellentétes irányba mozog (az asztal vonatkoztatási rendszerében). A feladatot ilyen értelemben senki nem „értette félre”, a megoldók a kitűzésben szereplő egyszerűbb kérdésre adtak választ. Az elérhető pontszámot emiatt 3 pontra csökkentettük.