I. megoldás. A testek abban a pillanatban válnak el, amikor az m tömegű, kis méretű golyó már nem gyorsítja tovább az M testet, tehát annak vízszintes irányú gyorsulása éppen zérus. Ez azt jelenti, hogy a köztük ható N nyomóerő ekkor válik nullává. Az elválás pillanatáig a két test vízszintes irányú gyorsulása egyenlő, így a K rúderő is nullává válik, ellenkező esetben ugyanis a golyó vízszintes gyorsulását okozná.

1987-03-134-2.eps

Az elválás pillanatában az mg súlyerő rúdirányú komponense tartja körpályán a golyót. Ha annak sebessége u, akkor

$$mg\ \sin\ 30^\circ = mu^2/l$$

alapján

$$u=\sqrt{lg/2}.$$

A két test sebességének vízszintes komponense megegyezik, azaz M sebessége

$$v=u\cdot\ \sin\ 30^\circ = u/2=\sqrt{lg/8}.$$

Az M/m tömegarányt az energiamegmaradás törvényének felhasználásával számolhatjuk ki. Az m tömegű golyó helyzeti energiája alakul át a két test mozgási energiájává:

$$mgl(1-\sin\ \alpha)=\frac{1}{2}m(2v)^2+\frac{1}{2}Mv^2.$$

Ebből a keresett tömegarány:

$$M/m=4.$$

II. megoldás. A két test tömegének M/m arányát más úton is meghatározhatjuk. Könnyen belátható, hogy az elválás pillanatáig az M test gyorsulása állandóan pozitív ($N>0$), ezután pedig, ha a két test valamilyen módon össze lenne ragasztva, $N<0$ révén negatív lenne. Az elválás tehát a sebesség maximális értékénél következik be. Az energiamegmaradás törvénye alapján a sebességnégyzet szögfüggése a következő:

$$v^2=\frac{2mgl(1-\sin\ \alpha)}{M+\frac{m}{\sin^2\alpha}}.$$

Ennek α szerinti maximuma

$$\frac{M}{m}=\frac{2-3\sin\ \alpha}{\sin^2\ \alpha}$$

-nál van. $\alpha=30^\circ$ helyettesítéssel adódik a keresett $M/m=4$ arány, a sebesség értékét pedig v^2 kifejezéséből számolhatjuk ki.