

A fonállal összekötött golyókra a saját súlyukon kívül hat az ábrán berajzolt K nagyságú kötélérő és az F_1 , ill. F_2 nagyságú közegellenállási erő.

1986-09-280-1.eps

Bizonyos idő után állandó v sebességgel zuhannak a testek, és így a rájuk ható erők eredője zérus:

$$(1) \quad m_1 g - F_1 + K = 0,$$

$$(2) \quad m_2 g - F_2 - K = 0,$$

ahol

$$(3) \quad F_1 = k \varrho_{\text{lev}} A_1 v^2$$

$$(4) \quad F_2 = k \varrho_{\text{lev}} A_2 v^2;$$

ϱ_{lev} a levegő sűrűsége, k az alaktényező (táblázatban található számértéke gömbre: $k = 0,47$), $A_1 = r^2 \pi$, $A_2 = R^2 \pi$ a golyók profiljának keresztmetszete. A feladat szerint $R = 2r$, így $A_2 = 4A_1 = 4r^2 \pi$.

A testek tömegét a sűrűségükből számíthatjuk ki: $m_1 = 4/3 r^3 \pi \varrho_1$ és $m_2 = 4/3 R^3 \pi \varrho_2$.

Az (1) és (2) egyenlet összeadásakor a K kötélérő kiesik; a (3) és (4) egyenletet felhasználva a v sebességre azt kapjuk, hogy

$$v = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{k \varrho_{\text{lev}}(A_1 + A_2)}} = \sqrt{\frac{4gv}{15k} \cdot \frac{8\varrho_2 + \varrho_1}{\varrho_{\text{lev}}}}.$$

A v -re kapott fenti kifejezést az (1) egyenletbe írva a kötélérő:

$$K = \frac{A_1 m_2 - A_2 m_1}{A_1 + A_2} g = \frac{16}{15} r^3 \pi (2\varrho_2 - \varrho_1) g.$$

$\varrho_1 > 2\varrho_2$ esetén $K < 0$ adódik, ekkor az ábrával ellentétben az 1. golyó kerül alulra és a 2. felülre; ha pedig $\varrho_1 < 2\varrho_2$, akkor az ábrán rajzolt módon a 2. jelű golyó lesz alul és a 1. felülre.

Megjegyzés. Néhány megoldó figyelembe vette a levegőben fellépő felhajtóerőt is, mely pontosabb eredményeket ad. Ezt jutalomponttal értékeltük.