

A golyó helyzetét az 1. ábrán látható φ szög határozza meg. Számítsuk ki φ függvényében a golyóra ható erők eredőjét!

1986-05-234-2.eps

1. ábra

A nehézségi erő lejtő mentén lefelé mutató komponense $mg \sin \alpha$. Az elektromos erő lejtő mentén felfelé mutató összetevője: $EQ \cos \alpha$. A 2. ábra mutatja a lejtő síkjában levő, érintő menti komponenseket.

1986-05-234-3.eps

2. ábra

A golyó akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője zérus, azaz

$$(EQ \cos \alpha - mg \sin \alpha) \sin \varphi = 0.$$

Tehát vagy $\sin \varphi = 0$, vagyis $\varphi_1 = 0^\circ$ és $\varphi_2 = 180^\circ$; vagy $EQ \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0$, azaz $\alpha = \alpha_0 = \arctg \left(\frac{EQ}{mg} \right)$. Az utóbbi esetben φ tetszőleges lehet. Az adatokat behelyettesítve: $\alpha_0 = 45^\circ$.

Vizsgáljuk meg az egyensúlyi helyzetek stabilitását!

1. $\varphi = 0^\circ$ esetén: ebből a helyzetből kis $\Delta\varphi$ szöggel kitérítve a golyót, a rá ható erők eredőjének érintő menti komponense $F(\Delta\varphi) = (mg \sin \alpha - EQ \cos \alpha) \sin(\Delta\varphi)$. Ez az egyensúlyi helyzet akkor stabil, ha $F(\Delta\varphi) > 0$, mert ekkor az eredő erő $mg \sin \alpha \sin(\Delta\varphi)$ irányába mutat, azaz visszaviszi a golyót egyensúlyi helyzetébe. Tehát $mg \sin \alpha > EQ \cos \alpha$, azaz $\alpha_0 < \alpha \leq 90^\circ$ esetén $\varphi = 0^\circ$ -nál stabil egyensúlyi helyzet alakul ki.

2. $\varphi = 180^\circ$ esetén: kitérítve a golyót kis $\Delta\varphi$ szöggel, a rá ható eredő erő érintő menti komponense szintén $F(\Delta\varphi) = (mg \sin \alpha - EQ \cos \alpha) \sin(\Delta\varphi)$. Ez az egyensúlyi helyzet akkor stabil, ha $F(\Delta\varphi) < 0$, hiszen ekkor az eredő erő $EQ \cos \alpha \sin(\Delta\varphi)$ irányába mutat, ezért visszaviszi a golyót eredeti helyzetébe. Tehát $mg \sin \alpha < EQ \cos \alpha$, vagyis $0^\circ \leq \alpha < \alpha_0$ esetén $\varphi = 180^\circ$ -nál stabil egyensúlyi helyzet van.

3. $\alpha = \alpha_0$ esetén φ -től függetlenül a golyó egyensúlyban van, azaz közömbös az egyensúlyi helyzet.

Foglaljuk össze a kapott eredményeket! A golyó egyensúlyi helyzetben van a következő esetekben:

1. $\alpha_0 < \alpha \leq 90^\circ$ esetén: $\varphi = 0^\circ$ -nál stabil, $\varphi = 180^\circ$ -nál instabil egyensúlyi helyzet van.

2. $\alpha = \alpha_0$ esetén bármely φ -re közömbös egyensúlyi helyzet van.

3. $0^\circ \leq \alpha < \alpha_0$ esetén: $\varphi = 0^\circ$ -nál instabil, $\varphi = 180^\circ$ -nál stabil egyensúlyi helyzet van.