

Vegyünk fel egy koordináta-rendszert, amelynek tengelyei egybeesnek a hajók pályájával! Az óceánjáró mozogjon az x -tengelyen! Jelölje φ_t a fénysugárnak az x -tengellyel bezárt szögét, $s_0(t)$ az óceánjáró helyét, $s_h(t)$ a halászhajó helyét a t időpillanatban.

A t_1 -hez tartozó helyzetet mutatja az 1. ábra.

1986-03-135-3.eps

1. ábra

Négy esetet különböztetünk meg aszerint, hogy:

I) $s_0(t_3) > 0$ (az óceánjáró a lassabb, vagy távolodik az origótól),

II) $s_0(t_3) < 0$ (az óceánjáró a gyorsabb),

a) a fényszóró pozitív irányban forog,

b) a fényszóró negatív irányban forog.

Mivel a fényszóró egyenletesen forog, a szögelfordulás arányos az idővel. Mindegyik esetben kiszámolhatjuk φ_{t_2} -t. A

halászhajó egyenletes $v_h = \frac{d}{t_3 - t_1} = 15$ m/s sebességgel mozog, tehát

$$s_h(t_2) = d - v_h(t_2 - t_1) = 93 \text{ m.}$$

A t_2 -höz tartozó helyzet így egyértelműen adott (egy háromszög két szögét (90° és φ_{t_2} vagy $180^\circ - \varphi_{t_2}$) és egy oldalának hosszát ($s_h(t_2)$) ismerjük. Így

$$s_0(t_2) = s_h(t_2) \cdot \operatorname{ctg} \varphi_{t_2},$$

és

$$v_0 = [s_0(t_2) - s_0(t_1)] / (t_2 - t_1).$$

A két hajó távolsága t_3 -ban:

$$s = |s_0(t_3)| = |s_0(t_1) + v_0(t_2 - t_1)|.$$

1986-03-136-1.eps

2. ábra

Most vegyük sorra a négy esetet!

I. a) (Lásd a 2. ábrát):

$$\frac{45^\circ + (360^\circ - \varphi_{t_2})}{765^\circ} = \frac{5,8 \text{ s}}{12 \text{ s}},$$

innen $\varphi_{t_2} = 35,25^\circ$

$$v_0 = -8,35 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad s = 79,8 \text{ m.}$$

Negatív sebességet kaptunk, tehát az óceánjáró az origóhoz közeledik.

1986-03-136-2.eps

3. ábra

I. b) (Lásd a 3. ábrát):

$$\frac{(360^\circ - 45^\circ) + \varphi_{t_2}}{675^\circ} = \frac{5,8 \text{ s}}{12 \text{ s}},$$

innen $\varphi_{t_2} = 11,25^\circ$

Azt kaptuk, hogy $s_0(t_2) > s_0(t_1)$, ennek megfelelően a sebesség pozitív.

$$v_0 = 49,58 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad s = 774,9 \text{ m.}$$

1986-03-136-3.eps

4. ábra

II. a) (Lásd a 4. ábrát):

$$\frac{45^\circ + (360^\circ - \varphi_{t_2})}{585^\circ} = \frac{5,8 \text{ s}}{12 \text{ s}},$$

innen $\varphi_{t_2} = 122,25^\circ$.

$\varphi_{t_2} > 90^\circ$, ez azt jelenti, hogy t_2 -ben az óceánjáró már túlhaladt az origón. (A képleteket továbbra is használhatjuk.)

$$v_0 = -41,15 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad s = 313,8 \text{ m.}$$

1986-03-136-4.eps

5. ábra

II. b) (Lásd az 5. ábrát):

$$\frac{(360^\circ - 45^\circ) - \varphi_{t_2}}{855^\circ} = \frac{5,8 \text{ s}}{12 \text{ s}}, \quad \text{innen} \quad \varphi_{t_3} = 98,25^\circ.$$

II. a)-hoz hasonlóan

$$v_0 = -33,36 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad s = 220,3 \text{ m.}$$

A matematikailag helyes megoldások közül csak I. a)-nak van fizikai realitása, ha arra gondolunk, milyen gyorsan képes haladni egy óceánjáró. Ezek szerint az óceánjáró $v = 8,35 \text{ m/s}$ sebességgel közeledett a metszésponthoz és a t_3 időpontban a két hajó 79,8 m-re volt egymástól.