

Tekintsük a vízben úszó dugót és a vizet összenyomhatatlannak, azaz sűrűségüket ρ_d -t és ρ_v -t állandónak! Összenyomás előtt a dugó egyensúlyban volt: súlya megegyezett a víztől és levegőtől származó felhajtóerők összegével.

1986-03-134-1.eps

Az ábra jelöléseivel (ρ a levegő sűrűségét jelöli az összenyomás előtt)

$$\rho_d \cdot h \cdot A \cdot g = \rho_v \cdot x \cdot A \cdot g + \rho \cdot (h - x) \cdot A \cdot g;$$

$$x = h \cdot \frac{\rho_d - \rho}{\rho_v - \rho}.$$

A dugó lenyomásával megnöveltük a levegő sűrűségét: $\rho' > \rho$. Az új egyensúly beállta után

$$x' = h \cdot \frac{\rho_d - \rho'}{\rho_v - \rho'}.$$

A vízszinteshez képest a dugó helyzetének változása:

$$\begin{aligned} \Delta x = x' - x &= h \cdot \left[\frac{\rho_d - \rho'}{\rho_v - \rho'} - \frac{\rho_d - \rho}{\rho_v - \rho} \right] = \\ &= -h \cdot \frac{(\rho_v - \rho_d) \cdot (\rho' - \rho)}{(\rho_v - \rho) \cdot (\rho_v - \rho')}. \end{aligned}$$

Mivel $\rho_v > \rho_d > \rho' > \rho$, ezért Δx negatív – a dugó lenyomása a vízszinteshez képest kis kiemelkedést okoz.

$$\begin{aligned} \rho_v \gg \rho \quad \rho_v \gg \rho', \quad \text{ezért} \\ \Delta x \approx -h \cdot \frac{\rho_v - \rho_d}{\rho_v^2} \cdot \Delta \rho. \end{aligned}$$

Ebből látható, hogy a dugó kiemelkedése a vízszinteshez képest nagyon kicsi. Ha a kád vízfelülete nem elég nagy, akkor a dugónak az edény aljához viszonyított abszolút kiemelkedése még kisebb lesz.

Megjegyzések. 1. Több megoldó figyelembe vette, hogy a parafa oldalán a lyukacsokba víz préselődhet, ami süllyedést okozna. Azonban ez is legalább annyira jelentéktelen hatás, mint az előző.

2. Nem árt tisztázni: a felhajtóerő a magassággal való lineáris nyomásváltozásból származik folyadék és gáz esetén egyaránt. Nagy hiba kétszer figyelembe venni ugyanazt a hatást. Állandó hőmérsékleten a gáz nyomásának lineáris változása következik a $p = p_0 \cdot \exp \left[-\frac{\rho_0 g x}{p_0} \right]$ barometrikus magasságformulából, ha kis x esetén az

$$e^{-(\rho_0 g x)/p_0} \approx 1 - \frac{\rho_0 g x}{p_0}$$

közelítést alkalmazzuk.