A lemaradó űrhajónak csökkenteni kell a sebességét – ezt nevezik asztronautikai paradoxonnak. Ahhoz, hogy az A űrhajó pontosan egy körülfordulás után utolérje a B űrhajót, keringési idejét $\frac{2\pi-\varphi}{2\pi}$-szeresére kell csökkenteni. Kepler III. törvénye szerint ezt úgy érheti el, hogy a sebességét csökkentve egy

$$\alpha = R\left(1-\frac{\varphi}{2\pi}\right)^{2/3}$$

félnagytengelyű ellipszispályára áll (1. ábra, I. pálya).

1986-05-227-2.eps

1. ábra

Az ellipszispályán keringő űrhajó v pillanatnyi sebessége a következőképpen függ a középponttól mért r távolságtól:

$$v = \sqrt{\gamma M\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)},$$

ahol M a vonzó égitest tömege, γ a gravitációs állandó, a a nagytengely fele. A formula megtalálható a Függvénytáblázatban és levezethető a Kepler-törvényekből. A kör- és az ellipszispálya adatait behelyettesítve megkapjuk az A űrhajó manőver előtti v_{A_1} és utáni (v_{A_2}) sebességének nagyságát. (Az A űrhajó a manőver előtt a B űrhajóval egyező v_B sebességgel halad.)

$$v_{A_1} = \sqrt{\frac{M\gamma}{R}} = v_B,$$

$$v_{A_2} = \sqrt{\frac{M\gamma}{R}\left[2-\left(1-\frac{\varphi}{2\pi}\right)^{-2/3}\right]} = v_B\sqrt{2-\left(1-\frac{\varphi}{2\pi}\right)^{-2/3}}.$$

A-nak, miután utolérte B-t, vissza kell állni a körpályára, vagyis újból v_B sebességre kell gyorsítani. Ez a manőver addig kivitelezhető, ameddig

$$2-\left(1-\frac{\varphi}{2\pi}\right)^{-2/3} \geqq 0,$$

azaz

$$\varphi \leqq 2\pi(1-2^{-3/2}) = 4,062 = 231,7^\circ.$$

Az A űrhajó úgy is utolérheti B-t, hogy keringési idejét $\frac{4\pi-\varphi}{2\pi}$-szeresére növeli. Ilyenkor a találkozásig a B űrhajó több mint egy teljes kört tesz meg (1. ábra, II. pálya). A szükséges új sebességet ugyanúgy számítjuk ki, mint az előző manőver esetén; az eredmény:

$$v_{A_2} = v_B\sqrt{2-\left(2-\frac{\varphi}{2\pi}\right)^{-2/3}}.$$

Ez a manőver bármekkora φ esetén végrehajtható. Az űrhajós azt a megoldást választja, amely során kevesebb üzemanyagot kell felhasználni. Δv sebességváltozás $\Delta v\ m/V$ tömegű üzemanyagot igényel (m az űrhajó tömege, V a kiáramló hajtóanyag sebessége). A szükséges üzemanyag tehát:

$$\mu = 2(m/V)|v_{A_2}-v_B|;$$

(kétszer kellett sebességet megváltoztatni). A 2. ábrán φ függvényében ábrázoltuk μ-t (I és II görbék). Látható, hogy $\varphi = 1,8435 = 105,6^\circ$-ig az első, ennél nagyobb szögek esetén a második manőver a gazdaságosabb.

Megjegyzés. A 2. ábrán ábrázoltuk egy olyan manővernek az üzemanyag-szükségletét is, amikor az űrhajó megnöveli sebességét, de egy kifelé irányított hajtóművel végig körpályán tartja az űrhajót (III. görbe). Látható, hogy az elhasznált hajtóanyag ilyenkor többszöröse a megoldásban bemutatott módszerek szükségletének. (Nem biztos viszont, hogy azok valóban a leggazdaságosabb megoldások.)

1986-05-228-1.eps

2. ábra