A testen csak a vízszintes irányban ható erők végeznek munkát. Ezek: a súrlódási erő $S = \mu\ mg = 30$ N, és a rugóerő $F = Dx$, $m = 7{,}5$ kg a test tömege, $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$ a nehézségi gyorsulás, $\mu = 0{,}4$ a súrlódási együttható, $D = 60$ N/m a rugóállandó és x a rugó megnyúlása. A két erő ellentétes irányú, ha a test sebességének iránya meg nem változik, de ez, mint látni fogjuk, nem következik be.

A testre ható eredő erő $F_\mathrm{e} = F - S$.

A mozgás során érvényes az energiamegmaradás tétele:

$$(1/2)mv^2 = (1/2)Dx_0^2 - (1/2)Dx^2 - \mu mg(x_0 - x),$$

ahol $x_0 = 0{,}8$ m a kezdeti megnyúlás, v az x megnyúláshoz tartozó pillanatnyi sebesség.

a) A test megáll, ha pillanatnyi sebessége nulla. Az előbbi összefüggés alapján a megállás helyére a következő két értéket kapjuk:

$$x_1 = (2\mu mg/D) - x_0 = 0{,}2\ \mathrm{m},$$
$$x_2 = x_0 = 0{,}8\ \mathrm{m}.$$

1986-02-088-3.eps

Csak az $x_1 = 0{,}2$ m megoldás esetén teljesül, hogy a tapadási súrlódási erő nagyobb, mint a rugóerő. A másik gyök a kezdeti állapotot jelenti, amikor ugyan $v = 0$, de az eredő erő képes elindítani a testet, tehát nincs nyugalom. A test tehát akkor áll meg, amikor a rugó megnyúlása 0,2 m. Ekkor a test a rögzítési ponttól 1,8 m-re van.

A grafikonról leolvasható, hogy a testen végzett munka a indulástól a megállásig épp nulla.

b) A maximális sebességet ott éri el a test, ahol a rá ható erők eredője (F_e) épp nulla, hiszen e hely előtt $F_\mathrm{e} > 0$, azaz a test gyorsul, utána pedig $F_\mathrm{e} < 0$, azaz a test lassul. Jelölje ezen a helyen x_m a rugó megnyúlását!
Ekkor

$$Dx_\mathrm{m} - \mu mg = 0;$$

így

$$x_\mathrm{m} = \mu mg/D = 0{,}5\ \mathrm{m}.$$

$F_\mathrm{e}(x)$ lineáris függvénye a rugó megnyúlásának, ezért x_m éppen számtani közepe x_1-nek és x_2-nek, amely megnyúlásoknál a test sebessége épp nulla.

c) A maximális megnyúláshoz tartozó sebesség értékét az energiamegmaradás tétele segítségével határozhatjuk meg:

$$(1/2)mv_m^2 = (1/2)Dx_0^2 - (1/2)Dx_\mathrm{m}^2 - \mu mg(x_0 - x_\mathrm{m}).$$

Innen

$$v_\mathrm{m} = \left(x_0 - \frac{\mu mg}{D}\right)\sqrt{\frac{D}{m}} = 0{,}85\ \mathrm{m/s}.$$