A bevezetett vízgőz tömegét jelöljük m-mel! A megoldáshoz szükséges hőtani adatok: a víz forráshője, a jég olvadáshője, a víz fajhője és a jég fajhője:

$$L_f = 2256 \text{ J/g}, \quad \mathrm{L_o} = 334 \text{ J/g}, \quad \mathrm{c_v} = 4,183 \text{ J/(g °C)}, \quad \mathrm{c_j} = 2,094 \text{ J/(g °C)}.$$

A kaloriméterben levő jég a bevezetett vízgőz hatására először folyamatosan melegszik, majd 0 °C-on megolvad. Ezután a víz melegszik, végül 100 °C-os vizet és vízgőzt kapunk. A hőmérséklet-kiegyenlítődést a gőz lassú bevezetése biztosítja. A folyamat során a bevezetett vízgőz által leadott hő és a kaloriméterben levő jég által felvett hő mindig megegyezik. 4 esetet különböztethetünk meg, ennek megfelelően a grafikon is 4 szakaszból fog állni:

1. -36 °C $< t <$ 0 °C; a kaloriméterben jég van. Ez akkor következik be, ha $m < m_1$.
2. $t = 0$ °C; a kaloriméterben jég és víz van. Ez akkor következik be, ha $m_1 < m < m_2$.
3. 0 °C $< t <$ 100 °C; a kaloriméterben víz van. Ez akkor következik be, ha $m_2 < m < m_3$.
4. $t = 100$ °C; a kaloriméterben víz és vízgőz van. Ez akkor következik be, ha $m_3 < m$.

1986-05-225-1.eps

Határozzuk meg a határesetekhez tartozó m_1, m_2 és m_3 értékeket a leadott és felvett hő egyenlősége alapján!

$$(1000 \text{ g}) \cdot 36°\text{C} \cdot c_f = m_1 \cdot L_f + m_1 \cdot (100°\text{C}) \cdot c_v + m_1 \cdot L_o,$$

innen

$$m_1 = \frac{(1000 \text{ g}) \cdot (36°\text{C}) \cdot c_f}{L_f + (100°\text{C}) \cdot c_v + L_o} \approx 24 \text{ g};$$

$$(1000 \text{ g}) \cdot 36°\text{C} \cdot c_j + (1000 \text{ g}) \cdot L_o = m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot (100°\text{C}) \cdot c_v,$$

innen

$$m_2 = \frac{(1000 \text{ g}) \cdot \big[(36°\text{C}) \cdot c_f + L_o\big]}{L_f + (100°\text{C}) \cdot c_v} \approx 152 \text{ g};$$

$$(1000 \text{ g}) \cdot (36°\text{C}) \cdot c_j + (1000 \text{ g}) \cdot L_o + (1000 \text{ g}) \cdot (100°\text{C}) \cdot c_v = m_3 \cdot L_f,$$

így

$$m_3 = \frac{(1000 \text{ g}) \cdot \big[(36°\text{C}) \cdot c_j + L_o + (100°\text{C}) \cdot c_v\big]}{L_f} \approx 365 \text{ g}.$$

A 2. és 4. esetben a hőmérséklet állandó. Az 1. és 3. esetben a kialakult hőmérséklet a bevezetett vízgőz tömegének függvényében a következő módon változik:

Az 1. esetben:

$(1000 \text{ g}) \cdot [t - (-36°\text{C})]c_j = m[L_f + (100°\text{C}) \cdot c_v + L_o] + m \cdot [(0°\text{C}) - t] \cdot c_j$, ebből

(1) $$t = \frac{m \cdot [L_f + (100°\text{C}) \cdot c_v + L_o] - (1000 \text{ g}) \cdot (36°\text{C}) \cdot c_j}{\big[(1000 \text{ g}) + m\big] \cdot c_j}.$$

A 3. esetben:

$$(1000 \text{ g}) \cdot \big[(36°\text{C}) \cdot c_j + L_o\big] + (1000 \text{ g}) \cdot t \cdot c_v = m \cdot L_f + m \cdot \big[(100°\text{C}) - t\big] \cdot c_v,$$

ebből

(2) $$t = \frac{m \cdot \big[(100°\text{C}) \cdot c_v + L_f) - (1000 \text{ g})\big] \cdot \big[(36°\text{C}) \cdot c_j + L_o\big]}{\big[(1000 \text{ g}) + m\big] \cdot c_v}.$$

Az (1) és (2) összefüggések hiperbola darabokat határoznak meg.

Összefoglalva tehát: ha $m < m_1 \approx 24$ g, a hőmérséklet (1) szerint változik. Ha $m_1 < m < m_2 \approx 152$ g, $\mathrm{t} = 0$ °C. Ha $m_2 < m < m_3 \approx 365$ g a hőmérséklet (2) szerint változik. Ha $m_3 < m$, $t = 100$ °C.