**I. megoldás.** A párhuzamos kapcsolású részben a felső ág eredő impedanciája

$$Z_1=\sqrt{(2R)^2+(\omega C)^{-2}}, \tag{1}$$

az áram és feszültség közötti fázisszög pedig

$$\cos\varphi_1=2R/Z_1 \quad \text{és} \quad \sin\varphi_1=\frac{1}{C\omega Z_1}. \tag{2}$$

1986-04-182-1.eps

*1. ábra*

Hasonlóképpen az alsó ágon

$$Z_2=\sqrt{(L\omega)^2+R^2}, \tag{3}$$

$$\cos\varphi_2=R/Z_2, \quad \sin\varphi_2=-L\omega/Z_1. \tag{4}$$

Készítsük el a feszültség és az áram vektordiagramját! (2. ábra) Az ábrán $U$ és $I$ jelöli az áramkörre eső feszültséget és az eredő áramot, $I_1$, ill. $I_2$ pedig a felső, ill. alsó ág áramerősségét.

1986-04-182-2.eps

*2. ábra*

A párhuzamos kapcsolás miatt

$$Z_1I_1=Z_2I_2=U. \tag{5}$$

A koszinusztétel az áramerősség-vektorokból alkotott háromszögre:

$$I^2=I_1^2+I_2^2-2I_1I_2\cos(180^\circ-\varphi_1+\varphi_2). \tag{6}$$

Az (5) és (6) egyenletekből átrendezéssel kapjuk az alábbi összefüggést:

$$I^2=I_1^2\left[1+\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2+\frac{2Z_1}{Z_2}\cos(\varphi_1-\varphi_2).\right] \tag{7}$$

További átalakításokkal, az (1.–4.) egyenleteket felhasználva

$$I_1^2=I^2\frac{L^2\omega^2+R^2}{9R^2+[L\omega-1/(C\omega)]^2}, \tag{8}$$

$$I_2^2=I^2=\frac{(C\omega)^{-2}+4R^2}{9R^2+[L\omega-1/(C\omega)]^2}. \tag{9}$$

Hő csak az ohmos ellenálláson fejlődik, ezért az áramkör teljesítménye:

$$P=I_1^22R+I_2^2R. \tag{10}$$

A $t$ idő alatt felszabaduló hő $Q=Pt$, feltételezve, hogy $t$ elég nagy a periódusidőhöz képest.

A (8–10) egyenletek felhasználásával

$$Q=tRI^2\,\frac{6R^2+2L^2\omega^2+(C\omega)^{-2}}{9R^2+[L\omega-1/(C\omega)]^2}.$$

Tehát ennyi hő szabadul fel $t$ idő alatt a terhelésen, ha $I$ effektív áramerősséget jelöl. Ha $I$ maximális áramerősséget jelöl, akkor az eredményt 2-vel el kell osztani.

*Porgányi Gergely* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.)

**II. megoldás.** Jelölje $Z$ az eredő impedanciát! Komplex számokkal dolgozva $P=I\cdot(\mathrm{Re}Z)$, így feladatunk Re $Z$ meghatározása. Az előző megoldás jelöléseit használva:

$$Z_1=2R+\frac{1}{j\omega C}, \quad Z_2=R+j\omega L, \quad Z=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}.$$

Ezek alapján:

$$Z=\frac{2R^2+\dfrac{L}{C}+jR\left(2\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}{3R+j\left(L\omega-\dfrac{1}{\omega C}\right)}.$$

A reális rész kiszámításához a nevező konjugáltjával bővítve

$$\operatorname{Re} Z=R\frac{6R^2+2L^2\omega^2+\dfrac{1}{\omega^2C^2}}{9R^2+\left(L\omega-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$$

adódik. Ezt felhasználva, a felszabaduló hő értéke $Q=Pt=I^2(\operatorname{Re} Z)t$

$$Q=I^2R\frac{6R^2+2L^2\omega^2+\dfrac{1}{\omega^2C^2}}{9R^2+\left(L\omega-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}t.$$

*Kintli Lajos*(Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., III. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Némi számolással könnyen látható, hogy végeredményünk megfelel fizikai várakozásunknak. Az $\omega\to 0$ esetben $Q\to 2I^2Rt$; ekkor a kondenzátor szakadásként viselkedik, így csak az $R$ ellenálláson fejlődik hő.

$\omega\to\infty$ esetén $Q\to 2I^2Rt$; ekkor a kondenzátor vezetőként viselkedik, az induktivitás pedig szakadásként.

2. A teljesítménygörbe kvalitatív menete a 3. ábrán látható, reális fizikai paraméterek mellett minimuma van a függvénynek.

1986-04-183-1.eps

*3. ábra*

3. A komplex számításmód leírása megtalálható Simonyi Károly: Villamosságtan c. könyvében, ill. Budó Ágoston: Kísérleti Fizika II. kötetében.