A fénysugár párhuzamos eltolódása miatt az ábrán jelölt kétíves szögek egyenlőek:

(1) $$\alpha_1-\beta_1=\alpha_2-\beta_2.$$

1986-01-039-1.eps

1986-01-040-1.eps

A Snellius–Descartes törvény szerint

(2) $$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=\frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2}=n.$$

Felhasználva a

$$\sin x\cdot\sin y=(1/2)[\cos(x-y)-\cos(x+y)]$$

trigonometrikus azonosságot, könnyen adódik, hogy az (1)–(2)egyenletrendszernek csak egyetlen megoldása van, mégpedig

$$\alpha_1=\alpha_2=\alpha;\quad \beta_1=\beta_2=\beta,$$

ahonnan $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ is következik. A feladat szerint $\alpha=60^\circ$, így a (2) egyenletből

$$\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n}=\frac{\sin 60^\circ}{1{,}5}=\frac{\sqrt3}{3},\quad \beta\approx 35{,}3^\circ.$$

Az OO_1B és az OO_2A háromszögek hasonlósága miatt

(3) $$\frac{OO_1}{OO_2}=\frac{O_1B}{O_2A}=\frac{r_1}{r_2},$$

és nyilván

(4) $$OO_1+OO_2=r_1+r_2-d.$$

A fenti egyenletrendszerből

$$OO_1=r_1\frac{r_1+r_2-d}{r_1+r_2}\approx 2{,}12\ \text{cm}.$$

Az OO_1B háromszögből

$$\sin\gamma=\frac{r_1\sin\beta}{OO_1}=\frac{3\ \text{cm}\cdot\sin 35{,}3^\circ}{2{,}12\ \text{cm}},\quad \gamma\approx 125{,}1^\circ,$$

így

$$\varepsilon=180^\circ-(\beta+\gamma)\approx 19{,}6^\circ,$$

és

$$OB=\frac{r_1\sin\varepsilon}{\sin\gamma}=\frac{3\ \text{cm}\cdot\sin 19{,}6^\circ}{\sin 125{,}1^\circ}\approx 1{,}23\ \text{cm}.$$

A (3) összefüggéshez hasonlóan

$$\frac{OA}{OB}=\frac{O_2A}{O_1B}=\frac{r_2}{r_1},$$

ezért a fénysugárnak az üvegben megtett útja

$$AB=OA+OB=OB\left(1+\frac{r_2}{r_1}\right)\approx 3{,}49\ \text{cm}.$$

Az l párhuzamos eltolódás az $A'BA$ derékszögű háromszögből

$$l=A'B=AB\cdot\sin(\alpha-\beta)\approx 3{,}49\ \text{cm}\cdot\sin(60^\circ-35{,}3^\circ)\approx 1{,}46\ \text{cm}.$$

Czifrus Szabolcs (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., II. o. t.)